

操作的活動が学習者に与える影響の検証

－カクシリキを用いた三角測量実験を通して－

しまはし しょうご
島橋 尚吾

抄録：全国学力・学習状況調査の結果から、多くの中学生が数学の学習の重要性を認識している。しかし、数学の学習内容を日常生活の中で活用しようとする中学生は少ない。本研究では、数学的活動の中でも操作的活動に着目し、カクシリキを用いた三角測量実験を実施した。授業の記録やレポート、アンケートを基に操作的活動が生徒に与える影響について実践を通して検証する。その結果、数学の学習内容を日常生活の中で活用しようとする生徒の割合に大きな変化は見られなかったが、生徒の批判的思考力や実験的思考力の向上が確認された。また、学習内容を図形領域以外の他領域の分野と結びつける場面も見受けられた。

キーワード：三角測量、操作的活動、カクシリキ、数学的活動、数学教育

I. 本研究の背景、研究目的

（１）数学的活動の学習過程について

中学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説 数学編では、「数学的活動とは、事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行すること」と示されており、数学的な見方・考え方を働かせた数学的活動の学習を展開することが重視されている。図 1 は算数・数学における問題発見・解決の過程のイメージ図であり、答申より示されている。また、図 1 のイメージ図は、数学的活動における問題発見・解決の主な二つの過程として考えることができる。このイメージ図の学習過程を踏まえ、数学的な見方・考え方を活用した数学的活動を取り入れることで、生徒の資質・能力の向上を図る。

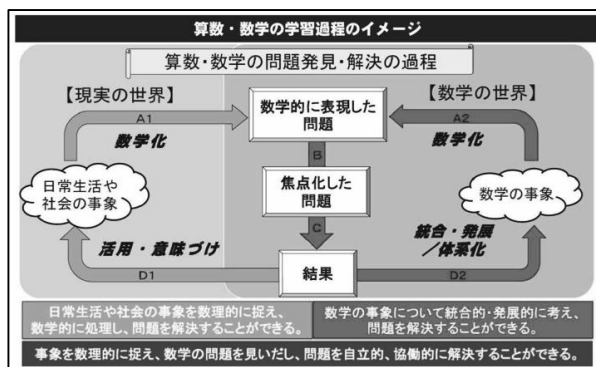


図 1 算数・数学における問題発見・解決の過程

（２）全国学力・学習状況調査結果からの成果と課題

令和 6 年 4 月全国の国公立中学校の中学 3 年生 904,048 人に対し、国語・数学の教科調査と質問調査が実施された。「低い SES（社会経済的背景）でも

主体的・対話的で深い学びに取り組んだ児童生徒は、高い SES で取り組めていない者よりも各教科の正答率が高い」という報告がなされている。本校生徒の数学の平均正答率は、全国平均正答率より約 30pt 上回っているため、主体的・対話的で深い学びに取り組んでいる生徒が多いと考えた。さらに、本校生徒 141 名の質問調査の結果より、「数学の勉強は大切だと思いますか（表 1）」や「数学の授業で学習したことを、今後の学習で活用しようとしていますか（表 2）」という質問に対して、表 1・2 のように肯定的な回答をしている本校生徒は 9 割に達している。

表 1 「数学の勉強は大切だと思いますか」調査結果 (%)

	当てはまる	どちらかといえば当てはまる	どちらかといえば当てはまらない	当てはまらない	無回答
本校	63.8	27.0	6.4	2.1	0.7
全国	53.0	34.3	8.8	3.6	0.3

表 2 「数学の授業で学習したことを、今後の学習で活用しようとしていますか」調査結果 (%)

	当てはまる	どちらかといえば当てはまる	どちらかといえば当てはまらない	当てはまらない	無回答
本校	46.8	44.7	5.0	2.1	1.4
全国	34.7	42.4	15.4	6.8	0.8

これらの結果より、本校生徒は数学の学習や授業に対して主体的に取り組み、数学を活用する姿勢で深い学びへと繋げようとしていると考えられる。

一方、「数学の授業で学習したことを、普段の生活の中で活用できないか考えますか（表 3）」という質問に対しての結果より、今回の課題意識を持った。

表 3 「数学の授業で学習したことを、普段の生活の中で活用できないか考えますか」調査結果 (%)

	当てはまる	どちらかといえば当てはまる	どちらかといえば当てはまらない	当てはまらない	無回答
本校	35.5	29.8	26.2	7.1	1.4
全国	23.4	33.7	27.6	14.6	0.7

表 2 では、数学の授業で学習したことを活用しようとする姿勢があることを確認できた。しかし、表 3 の結果より、肯定的な回答をしている生徒は 6 割 5 分程の数だけである。数学の授業で学習したことが日常生活の中で生きてはたらく知識・技能に到達しているとはいえないのではないかと考えた。

（3）本研究の方向性について

表 1、表 2 の調査結果と、表 3 の調査結果を比較したとき、数学の世界における問題発見・解決のプロセスについては、学習の中で一定程度身につけていると考えられる。しかし、日常生活や社会の事象における問題発見・解決の視点は十分に育っていない可能性がある。さらに、本校生徒は数学が大切な学問であることは理解しているが、数学のよさをあまり実感していないため、表 2 の『当てはまる』や、表 3 の『当てはまる』を選択した生徒の数が、表 1 と比較すると減少したと予想する。以上のことを踏まえて、本研究では数学の学習内容を日常生活の中で活用し、生徒に考えさせる数学的活動に注目して先行研究・文献調査を行った。

（4）数学的活動としての操作的活動

算数・数学教育の戦後の学習指導要領において、石田（1995）は、「操作の用語は昭和 33 年に初めて登場したが、それ以前にも類似の表現は存在した。そして操作的活動の用語は昭和 52 年になって明記された。」と述べている。

古藤（1982）は、「数学科の学習で生徒に真の理解をうながす一つの方途として、小学校のみならず、中学校・高等学校の指導においても操作活動が重要であることを主張したい」と述べている。

これらの先行研究・文献調査より、操作的活動という用語と筆者は出会い、興味を持ったため操作的活動を中心とした数学的活動の学習内容を検討することにした。ちなみに、現行の中学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説 数学編では、操作的活動という用語では明示されていないが、「具体物を操作して考えたり、データを収集して整理したりするなどの具体的な体験を伴う学習を充実すること」などの観察や操作、実験などの活動が大切であるという

文章が随所に散りばめられていることは周知の事実であるだろう。したがって、操作的活動は算数・数学教育にとって大切にされてきた活動の 1 つであると言えるのではないだろうか。

また、小山（1988）は、算数・数学教育における操作的活動を次のようにまとめている。

「操作的活動とは、あるねらいのもとで、ある対象を操作することであるが、その対象が具体物であるときそれを『具体的操作活動』、その対象がイメージのような念頭上のものであるときそれを『念頭的操作活動』という」

小学校低学年の算数では、小山が言う『具体的操作活動』が重要視されているだろう。そして、学年が上がるにつれて『念頭的操作活動』がなされるようになる。その流れを中学校の数学でも引き継ぐため、『念頭的操作活動』や、『具体的操作活動』で問題解決する数学的活動を大切にしたい。

（5）本研究の目的

本研究では、日常生活や社会の事象である現実の世界を数理的に捉え、数学的に処理し、問題を解決する操作的活動を伴う授業実践を行うことで、学習者に与える影響について検証することを目的とする。

Ⅱ. 本研究の実践の概要

（1）本研究を実践するまでの背景

本研究を実践するうえで、どのような操作的活動を生徒に取り組みさせるべきか考えた。小山（1988）は、「操作的活動を算数・数学の指導に取り入れることによって、表面的には児童・生徒中心と活動がなされているようにみえるが、実際は、そのような活動が形式的で無目的な、児童・生徒一人ひとりの意欲的な思考活動を伴わないものに終わってしまっている」という指摘をしている。そのため、題材選定は慎重に進めた。

本研究では、日常生活や社会の事象である現実世界の問題を数学的な見方・考え方で解決させたいので、生徒が日常生活を過ごす学校の教室の高さについて、三角測量や相似な三角形を用いて測量することを題材として設定した。この類の題材は、検定教科書に記載されている。問題解決の方法として、太陽光線によってできる影や、鏡の入射角・反射角の関係などを利用し、相似な三角形の性質で考える方法がある。しかし、どちらの方法も教室の高さを求める方法として難しいことが、筆者のこれまでの授業経験から言える。また、相似な三角形の性質をもとにして縮図をかき、直接測るのが難しい部分の長さを、測ることのできる長さに置き換えて測るとい

う三角測量につながる方法も検定教科書でよく見受けられる。しかし、この方法では角度をどのように正確に測るのかということがポイントとなり、教室の高さでは難しい。そこで、本研究では自分の目線の仰角を簡易的に測定するカクシリキと呼ばれる測定器を生徒に 1 人ずつ作成させることとした。

（２）カクシリキについて

図 2 は、簡易傾斜角測定器のカクシリキである。

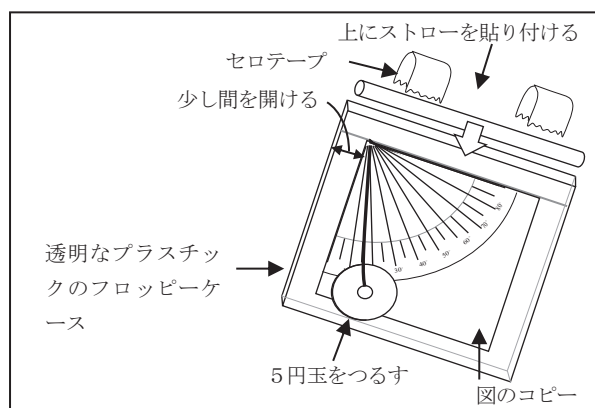


図 2 簡易傾斜角測定器のカクシリキ

この簡易傾斜角測定器は足立久美子（元田園調布雙葉中学高等学校教員）によって考案された。フロッピーディスクのケース、5 円玉、糸、ストロー、セロテープなどを準備することで容易に作成できる。なお、作り方は以下の①～③の通りであり、図 2 のように作成することができる。

- ① フロッピーディスクのケースの中に、セロテープで分度器のコピーを貼り付ける。
- ② 糸を通した 5 円玉を、分度器の扇形の中心点からぶら下げるようにセロテープで貼り付ける。
- ③ フロッピーケースのサイズに合わせてストローを切り、ケースの上部にセロテープで貼り付ける。

このカクシリキを傾斜面に置くだけで、おおよその角度を測定することができる。また、フロッピーディスクのケースの上に貼り付けたストローをスコープとして利用し、離れた物体を見上げる仰角を測定することができる。

本研究では、フロッピーディスクのケースや 5 円玉を、人数分の数だけ準備することが難しいため、フロッピーディスクの代わりに八切り画用紙、5 円玉の代わりにゼムクリップを使用する。

（３）授業計画について

本授業は、令和 6 年 11 月頃に本校の中学 3 年生

を対象として実施した。

第 1 時では、カクシリキの作成時間を設け、完成した生徒から学校内の様々な傾斜面の角度を測定させる。カクシリキの性質を確かめ、身の回りに潜む「斜め」を生徒に見つけ出させることで、日常生活と数学の関わりを持たせたい。

第 2 時では、『念頭的操作活動』を中心に授業を展開する。カクシリキを操作して教室の高さを三角測量する方法を班で考え、相似な三角形の性質をもとにして縮図を考えることで、直接測らず教室の高さを求めることができるという見通しを持たせたい。また、図 3 のように見通しを全体で共有し、測量実験の方法を各班で相談させる。

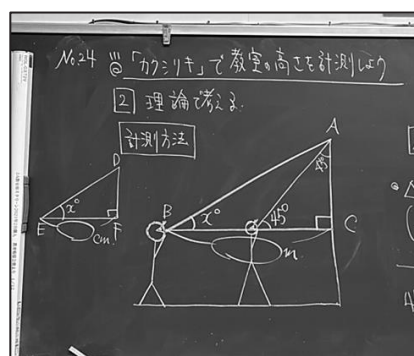


図 3 カクシリキでの三角測量方法の見通し

カクシリキを操作して仰角を測定する必要性や、必要な部分の長さの測定方法についてお互いに案を出し合い、実験方法について相談させたい。

第 3 時では、『具体的操作活動』を中心に授業を展開する。第 2 時で相談した実験方法について各班でカクシリキやメジャーを操作して実験させる。その際、実験結果をワークシートに記録させ、その記録をもとに後日レポートでまとめさせる。授業の終末では、本校の設計図を提示し、実験方法を各班で振り返る。

第 4 時では、第 3 時に引き続いて『具体的操作活動』を中心に授業を実施する。第 3 時の経験を活かし、校舎の高さの三角測量に取り組ませる。その際、実験結果をワークシートに記録させ、その記録をもとに後日レポートでまとめさせる。授業の終末では、授業者がメジャーを使って実測した数値を提示し、実験方法を各班で振り返る。

（４）授業後のアンケートについて

令和 6 年 4 月に実施された全国学力・学習状況調査と同じ質問内容を、同対象に対して実施する。アンケートの実施時期は令和 7 年 2 月である。授業の実施（令和 6 年 11 月）から期間を空けた理由とし

て、カクシリキで仰角を測定する『具体的操作活動』の経験を活かして、生徒が日常生活で意識するのを確認するためである。

Ⅲ. 授業やレポート、アンケートの記録および結果

本研究の授業実践は、令和 6 年 11 月に大阪教育大学附属天王寺中学校 3 年生を対象にした。

（1）第 1 時の授業の記録および結果

多くの生徒は、本校の階段の手すりの傾斜角を調べている様子が見受けられた。その理由を生徒に質問してみると、本校の中学校校舎は 4 階建てであるが、本来は 3 階建ての建物に改修工事を行った事実があり、3 階に向かうまでの階段と 4 階に向かうまでの階段の傾斜面が違うと感じるため、調査したいという理由であった（図 4）。

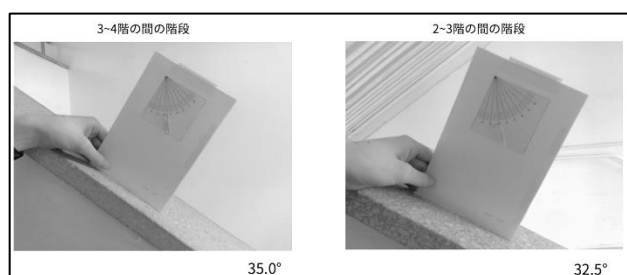


図 4 3～4 階と 2～3 階の間の階段の手すり

他にも、スロープの手すりの傾斜角、三角コーンの傾斜角、公衆電話の傾斜角、本校のある地点からあべのハルカスまで最上階の仰角など、校内に存在している「斜め」を生徒は複数見つけることができた（図 5）。生徒は普段、物の傾きを意識することは少ない。しかし、この実践を通して単なる見た目や感覚ではなく、角度という数値で表現できることに気づいた。



図 5 第 1 時の活動における生徒の様子

（2）第 2 時・第 3 時の授業の記録および結果

多くの班は、図 6 のような $45^\circ \cdot 45^\circ \cdot 90^\circ$ の直角二等辺三角形で縮図を考えている様子であった。

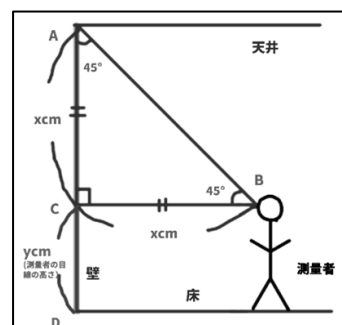


図 6 生徒 A のレポートより

図 7 のように、カクシリキを操作して複数の仰角を測定し、それぞれの測定結果から教室の高さを算出している班が見受けられた。その班は、教室の高さと思われる値が複数算出されるため、五数要約を調べることで教室の高さの結論を出していたため、「データの活用」の領域で学習したことを活用する姿が見受けられた。

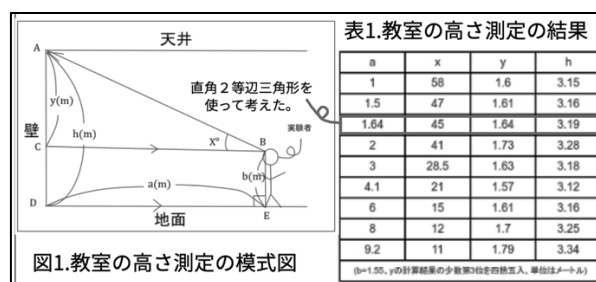


図1.教室の高さ測定の模式図

図 7 生徒 B のレポートより

生徒 B の班（図 7）のように、複数の仰角を測定した班は、実験結果の値にバラつきが見受けられたことから、「測定する仰角が大きいと、立ち位置と壁との距離が近いため、測定する仰角が少しずれただけで、求める値に大きく影響されると考えられる」と考察していた。そこで、筆者は他の班のレポートの実験結果を確認すると、仰角が小さいときも実験結果の値にバラつきが見受けられた。一方、生徒 A の班（図 6）のように、仰角を 45° に設定すると、実験結果の値に大きなバラつきは見受けられなかった。仰角が小さいと、メジャーの生徒の扱い方に不十分さが目立ち、仰角が大きいと、カクシリキの生徒の扱い方に不十分さが授業で見受けられたので、そのような結果になったと予想した。

ちなみに教室の高さは、校舎建設当時の設計図だと 330cm、筆者が天井からメジャーを垂らして実測すると 326cm であった。その値に対して、生徒がカクシリキを操作して得られた教室の高さは、320cm から 340cm の範囲内で結果を出している班が大半で

あった。『念頭的操作活動』で理論的に考え、カクシリキなどを使用した『具体的操作活動』を行うと、教室の高さを求めることができると生徒は考えていた様子だった。しかし、実際の値とは数cmから数十cm異なる値が算出されていたため、三角測量の難しさやカクシリキなどの扱い方を改善するべきだという感想を抱いた生徒が多かった。

（3）第4時の授業の記録および結果

多くの班は、図8のような $45^\circ \cdot 45^\circ \cdot 90^\circ$ の直角二等辺三角形で縮図を考えている様子であった。

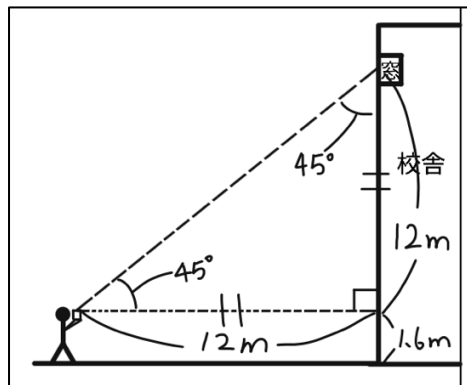


図8 生徒Cのレポートより

第3時での反省を踏まえて、カクシリキやメジャーの扱い方を改善しようと試みる班が多かった。カクシリキの示す角度を複数人でチェックし、厳密な値を追究したり、メジャーを真っ直ぐ伸ばしたりすることで、真の値に近づくように班で協力する生徒の姿が見受けられた。

校舎の高さは、筆者が上からメジャーを垂らして実測すると14mであった。その値に対して、生徒がカクシリキを操作して得られた校舎の高さは、13.5mから14.5mの範囲内で結果を出している班が大半であり、その中でも14mに近い値を算出している班は多くあった。

（4）アンケートの結果について

令和6年4月に実施された全国学力・学習状況調査の生徒質問との比較は表4の通りである。

表4 「数学の授業で学習したことを、普段の生活の中で活用できないか考えますか」 調査結果の比較 (%)

	当てはまる	どちらかといえば当てはまる	どちらかといえば当てはまらない	当てはまらない	無回答
R6 4月	35.5	29.8	26.2	7.1	1.4
R7 2月	20.1	41.0	30.9	7.9	0.0

肯定的な回答を選択した生徒の割合は、令和6年4月が6割5分程度、令和7年2月が6割程度となった。数学の授業で学習内容を、日常生活の中で活用しようとする生徒の割合に大きな変化は見られなかった。

IV. 本研究の考察

本研究の実践結果より、第3時の三角測量実験での反省を活かして操作的活動を生徒が主体的に見直したため、第4時では改善することができた。つまり、批判的思考力を伸ばすことに繋がったと考えられる。また、カクシリキで測定する仰角を変えると、得られる実験結果がどのように変化するか検証しようとする生徒の姿が見受けられたため、実験的思考力を働かせることに繋がった。さらに、複数回の実験で得られた数値の五数要約を調べて結論を導くなど、図形領域以外の他領域の学習内容と関連させて学習させることができる操作的活動の題材であると感じた。しかし、数学の学習内容と生徒の普段の生活を十分に結びつけるには至らず、今後の課題として検討する必要がある。

V. まとめ

本研究の考察を通して、操作的活動を中心とした数学的活動が学習者に与える影響は、以下の①～③のとおりである。

- ① 批判的思考で操作的活動を見直し、改善しようとする
- ② 条件を変えて、得られる結果の変化を検証しようとする
- ③ 図形領域以外の他領域の学習内容を活用しようとする

VI. 参考文献

- 国立教育政策研究所、令和6年度全国学力・学習状況調査 生徒質問調査結果
文部科学省、中学校学習指導要領（平成29年告示）解説 数学編
石田 淳一、『算数教育における操作的活動』、1995、日本数学教育学会誌 第77巻 pp. 72-73
古藤 怜 編著、『数学科における学習指導』、1982、共立出版社
小山 正孝、『数学教育における操作的活動と思考実験』、1988、中国四国教育学会誌 教育学研究紀要 第34巻 pp. 255-260
相馬 一彦ほか、『数学の世界3』、2020、大日本図書

Examining the impact of manipulative activities on learners

— Through triangulation experiments using “Kakushiliki” —

SHIMAHASHI Shogo

Abstract: According to the results of the National Assessment of Educational Progress, many junior high school students recognize the importance of learning mathematics. However, few junior high school students try to apply what they learn in mathematics in their daily lives. In this study, we focused on manipulative activities among mathematical activities and conducted a triangulation experiment using “Kakushiliki”. Based on class records, reports, and questionnaires, the effects of manipulative activities on students were verified through practice. As a result, we did not find any significant change in the percentage of students who tried to use the contents of mathematics learning in their daily lives, but we confirmed that students' critical thinking and experimental thinking skills improved. In addition, there were some situations in which students connected what they had learned to other areas of mathematics other than the area of figures.

Key Words: triangulation, manipulative activity, “Kakushiliki”, mathematical activity, mathematics education