

エイムズの部屋の展開図をスクリーン上に出力する

Screen output of the development of the Ames room

Abstract

When humans perceive an object, we recognize it by "shading" and "perspective". We focus on "perspective" in our thinking. For this purpose, we thought it would be a good idea to analyze "Ames's Room," a trick artwork that uses perspective. We first obtained the lengths of the edges of the development of Ames's Room using comprehensive geometry, and then used them to derive the coordinates. Then, the development of the Ames Room is generated and printed out on the screen. In addition, since we believe that it can be obtained in a variety of ways, we will also obtain the development using the mediating variable display and output it on the computer. This is the purpose of this project.

1. はじめに

皆さんは「エイムズの部屋」というトリックアートをご存じだろうか。「エイムズの部屋」とは実際にはいびつな形をしている部屋だが、外から覗き穴を通して片目で見ると四角い普通の部屋に見え、両目で見ると奥行き情報がなくなり脳が錯覚を起こすというトリックアートである。



図1 エイムズの部屋の例

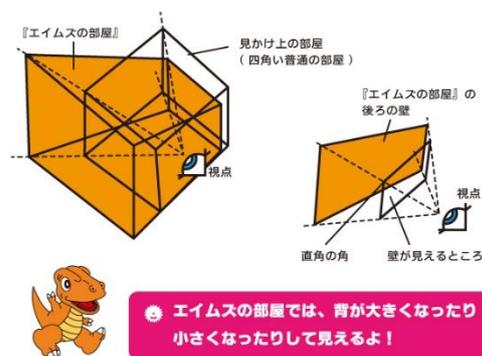


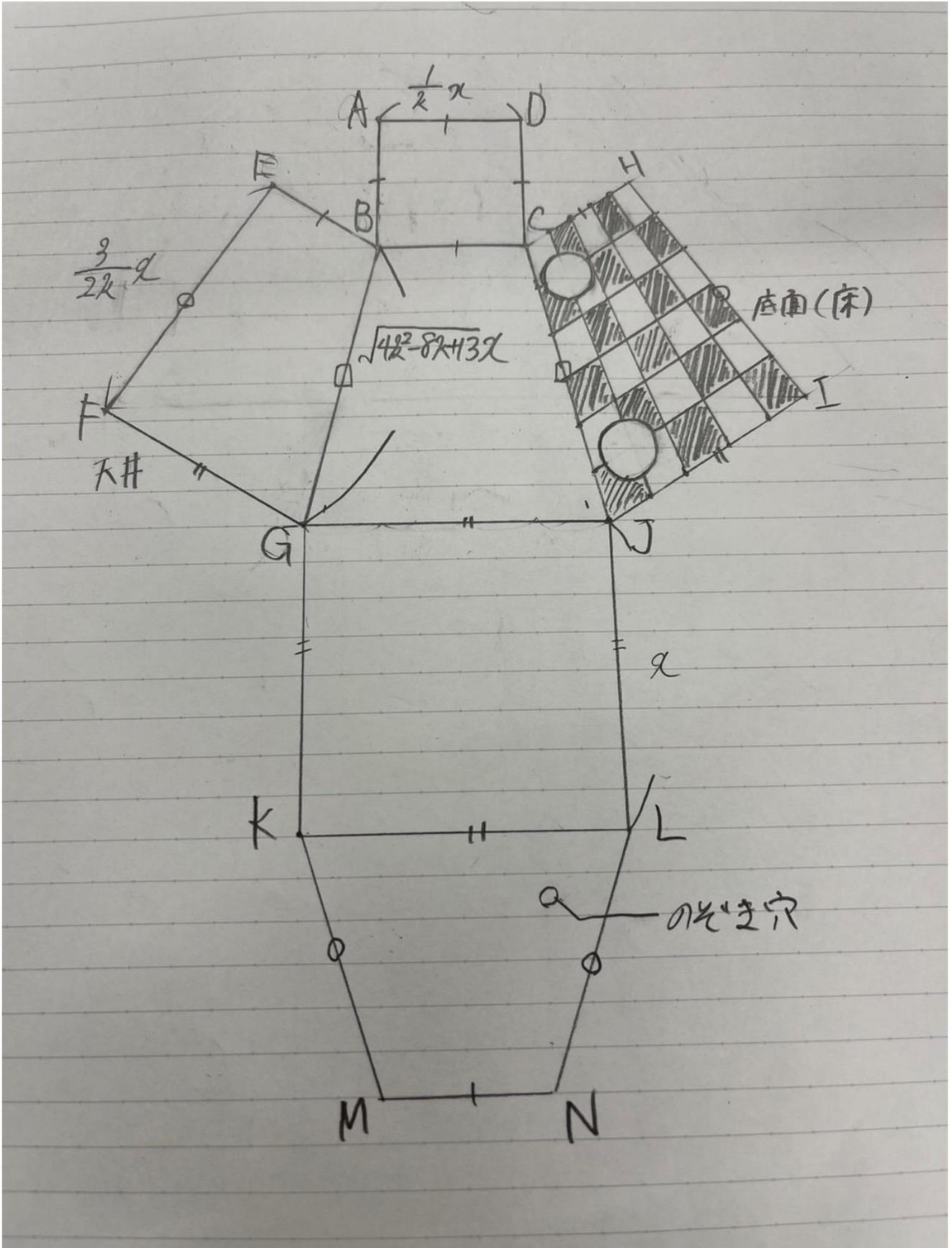
図2 エイムズの部屋の仕組み

人間が物体を視認するとき、「陰影」と「遠近感」で認識している。私たちは他の班と協力し、分担してこれらを解析し、物体をどのように視認するかを理解しようとした。そこで、私たちの班は「遠近感」に焦点を当て考える。それには遠近感を用いたトリックアート「エイムズの部屋」を解析すればいいと考えた。エイムズの部屋の展開図を求めてどのようにして遠近感を狂わせているかを理解すれば「遠近感」についても理解できると考え総合幾何学や媒介変数表示など様々な方法や切り口から展開図を求めてパソコン上に出力することを目的とする。

2、研究方法

エイムズの部屋の展開図から総合幾何学と媒介変数表示を用いて、エイムズの部屋の展開図の数式を導き、それをコンピューター上に入力することで2次元で表現できるようにする。

図3 総合幾何学によるエイムズの部屋の展開図



まず総合幾何学を用いて考えた場合で考える。

- ① 上記の展開図において、四角形 ABCD、四角形 GKJL を正方形、四角形 BCGJ、四角形 KLMN は等脚台形である。色の塗られている四角形 CHJI を底面とし、四角形 BGFE と合同であるものとする
- ② この展開図を組み立てたときに対象物の見える大きさの比率が $1:k$ となるような k (k は変数) を置く。また、辺 JL を x (x は定数) と置く。
- ③ この展開図を組み立てた時に、辺 $JL=JI, KG=FG, AB=EB, DC=HC, EF=MK, HI=LN, DA=NM$ がそれぞれ対応し、等しくなる。
- ④ ①、②、③より辺 $JL=LK=KG=GJ=JI=FG=x$ となる。
- ⑤ 四角形 BCGJ はエイムズの部屋の背面部分になるため、GJ と BC の長さの比は $k:1$ と表せる。③より $GJ=x$ なので $BC=x/k$ となる。
- ⑥ ①、③より辺 $BC=CD=DA=AB=EB=CH=NM=x/k$ となる。
- ⑦ 辺 EF は、 $3x/2k$ とあらわすことができる。①より、底面の四角形 EFBG と四角形 CHJI は合同なため、 $EF=HI=3x/2k$ となる。
- ⑧ 辺 BG を、三平方の定理を使って $(\sqrt{4k^2-8k+13})x$ と求められる。また、四角形 KMLM の辺 KM、LN は辺 EF、HI と対応するため $KM=LN=EF=HI=(\sqrt{4k^2-8k+13})x$ となる。
- ⑨ ①から⑧より総合幾何学を用いてエイムズの部屋の数式を導くことができた。

次に媒介変数表示を用いた場合を考える。

- ① 部屋の概形を考える場合 8 点が求めれば形が分かると考え、まずベクトルを使い 8 点を求めることにした。(今回は考えやすさのために見ための大きさが $1:2$ になるようなエイムズノ部屋を考える)

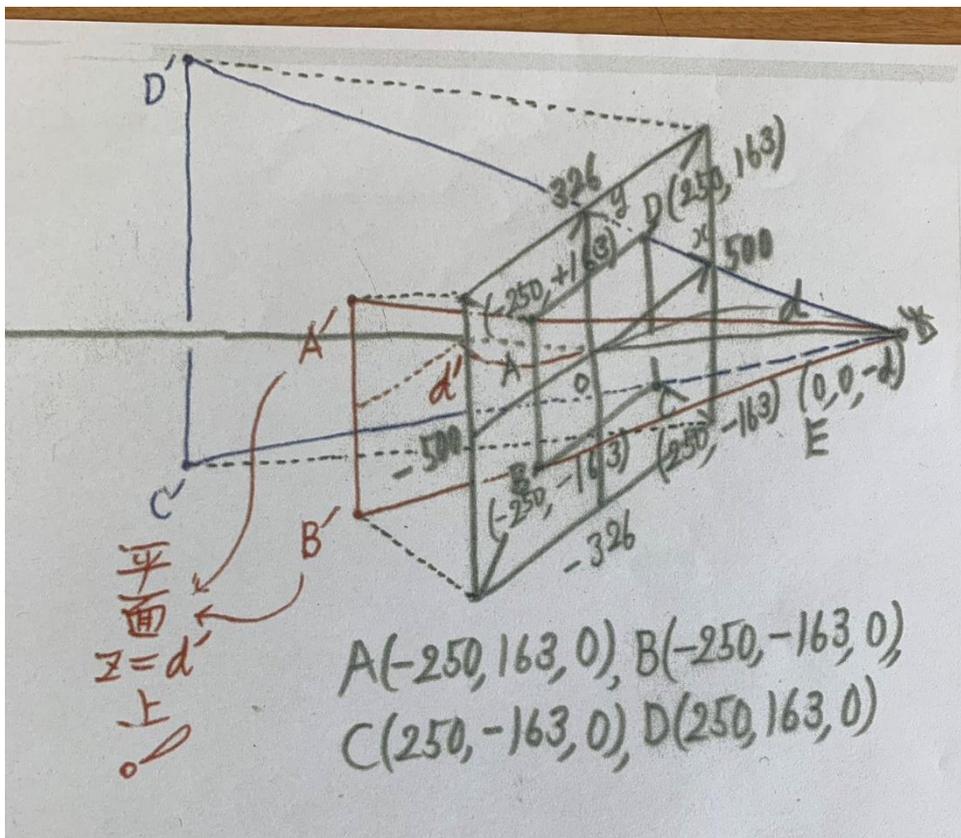


図4 媒介変数表示によるエイムズの部屋の模式図

- ② 上図の xy 平面上のスクリーンに四点 A, B, C, D を指定する
- ③ 点 E を視点とし、 xy 平面上のスクリーンの A, B, C, D に映るような xyz 空間の点 A', B', C', D' を媒介変数表示で求める。
- ④ これで8点が求まったので二点間の距離の公式を用いて辺を求める。
- ⑤ 辺が求めたら面ができるが、1つの面だけ辺がねじれの位置にあり、絶対に作ることができない面があるのでそれを解析する

3. 実験結果

総合幾何学を用いた方法では、エイムズの部屋の展開図の辺の長さを変数を用いて導き出すことができた。対象物のみえる大きさを $1:k$ として変数 k を入れることで辺の長さを求めることができた。また、エイムズの部屋の展開図の図形の特徴について、図3より四角形 $ABCD, GKJL$ は正方形であるということが分かった。

媒介変数表示の方法は8点を求め、図4でいう面 $AA'B'B$ と面 $CC'D'D$ を求めることができた。時間がなくて、まだここまでしかできていないが、面 $AA'D'D$ 以外の面については面 $AA'B'B$ と同様の作業で求めることができるためすぐに求められると考える。

4. 考察

総合幾何学で今求まっている数値を媒介変数表示で求めた数値と比較し、合致したら総合幾何学の方ではエイムズの部屋の模型図を作成できると考えられ、媒介変数表示の方は上面 $AA'D'D$ 以外の面が求められると考えられる。

5. 今後の課題

総合幾何学の方は一旦エイムズの部屋の模型図を作成する。媒介変数表示の方はまず求めている面を求め、上面がどのような面であればきれいに作れるのかという問題を考察していきたいと思う。

6. 参考文献

「作って不思議！？トリックアート工作」 北岡明圭 あかね書房 2011

「トリックアート図鑑ペーパーアート」 グループ・コロムブス あかね書房 2012