Excel の関数による日立の樹の視覚化

Visualization of Hitachi Tree Using Excel Function

Abstract

We made a function that can represent the Hitachi Tree. Then we learned the fractal tree, which is a kind of diagram and shown as a function. We analyzed which formula represents which part of the fractal tree, and how to change the diagram using values in the function. We found the value of function to get closer to the Hitachi Tree based on the analyzed content.

１．背景

雪の結晶やシダの葉などの自然界にある美しい形の多くは、「フラクタル」という自己相似を特徴とする図形であると分かっており（岡本 2021）、その中でもバーンズリーのシダやフラクタル・ツリー（図１）を描くことができる数式（図２）はよく知られている。また、昨年度の研究より、Excel を使うことで数式を簡単に図形にできることがわかった。そこで私たちは、これらの数式を Excel を使って係数などを変えてみたところ、得られる図形が大きく変わることがわかった。これらより、数式を使って美しい木を表すことができないか研究したいと考えた。

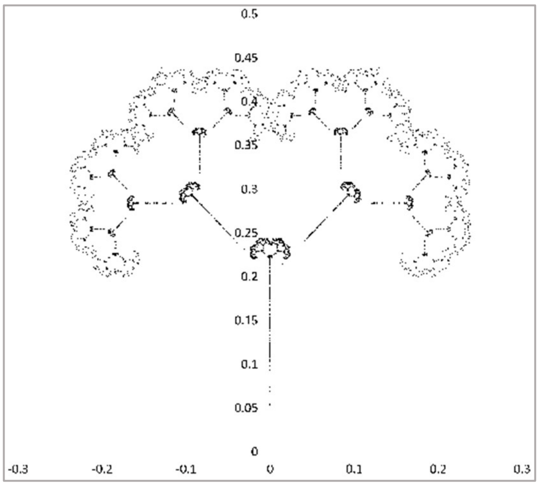

図１　フラクタル・ツリー

```
Case 0 To 0.15
    x(n) = 0.1 * x(n - 1)
    y(n) = 0.1 * y(n - 1) + 0.2

Case 0.15 To 0.55
    x(n) = 0.42 * (x(n - 1) + y(n - 1))
    y(n) = 0.42 * (-x(n - 1) + y(n - 1)) + 0.2

Case 0.55 To 0.95
    x(n) = 0.42 * (x(n - 1) - y(n - 1))
    y(n) = 0.42 * (x(n - 1) + y(n - 1)) + 0.2

Case Else
    x(n) = 0
    y(n) = 0.5 * y(n - 1)
```

図２　フラクタル・ツリーの VBA

２．目的

既に知られているフラクタル・ツリーの数式をもとに、自然界にある樹木の形を適切な数式や分岐条件、係数などを用いて、関数で表すことである。

３．仮説

既に知られているフラクタル・ツリーの数式をもとに、目標とする樹木の形を美しくわかりやすい「日立の樹（図３）」と決め、パラメータなどを変えることで樹木の形を美しく表せると考えた。

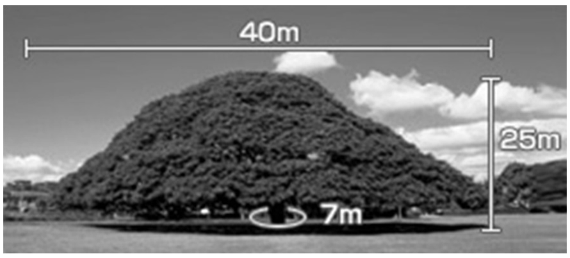

図３　日立の樹

４．研究方法

(0)　前提として、元とする木を表せる数式を「フラクタル・ツリー」、目標とする木を「日立の樹」と決め、この２つの差を調べた。

(1)　フラクタル・ツリーの数式を分析し、どの部分が図形のどこを表しているのかなどを調べ、どのようにして図形が描かれているのかを解析する。

(2)　(1) で解析した内容をもとに、数式や分岐条件、係数をどのように変えれば「日立の樹」に近づけることができるかを考え、Excel 上で数式を作成・実行し、結果を確認する。

(3)　「日立の樹」と (2) で得られた結果を比較して、数式の変更を繰り返し、結果を「日立の樹」に近づける。

５．実験結果

実験結果 (1)　フラクタル・ツリーの数式の分析

フラクタル・ツリーの数式を分析したところ、４つの部分に分かれていることがわかった（表１）。

表１　フラクタル・ツリーの数式の分析

	乱数範囲	表している部分	ｘの係数の値を大きくしたときに見られた変化	ｙの係数の値を大きくしたときに見られた変化
①	０から 0.15	中心部分	ｘ軸方向に大きくなる	ｙ軸方向に大きくなる
②	0.15 から 0.55	葉の右側の部分	葉の広がりが右側に大きくなる	葉の広がりが左側に大きくなる
③	0.55 から 0.95	葉の左側の部分	葉が左側に大きくなる	葉がｙ軸方向に広がる
④	0.95 から１	幹の部分	ｙ軸方向に小さくなる	ｙ軸方向に小さくなる

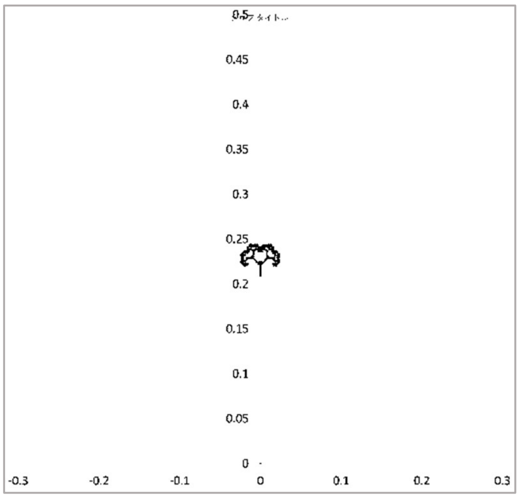

図４　①の図

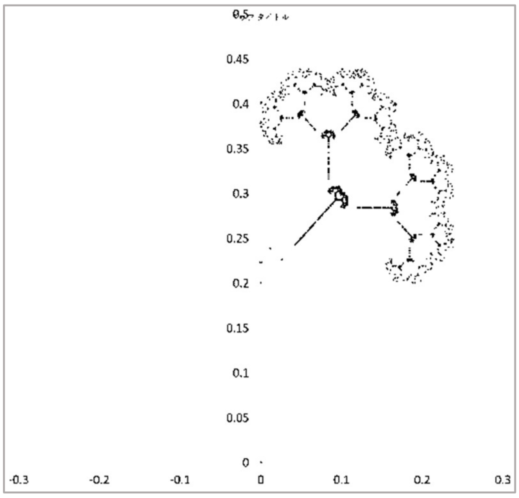

図６　②の図

```
Case 0 To 0.15
    x(n) = 0.1 * x(n - 1)
    y(n) = 0.1 * y(n - 1) + 0.2
```

図５　①の数式

```
Case 0.15 To 0.55
    x(n) = 0.42 * (x(n - 1) + y(n - 1))
    y(n) = 0.42 * (-x(n - 1) + y(n - 1)) + 0.2
```

図７　②の数式

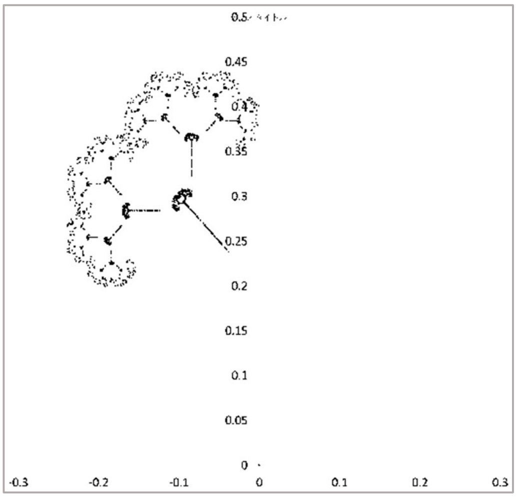

図８　③の図

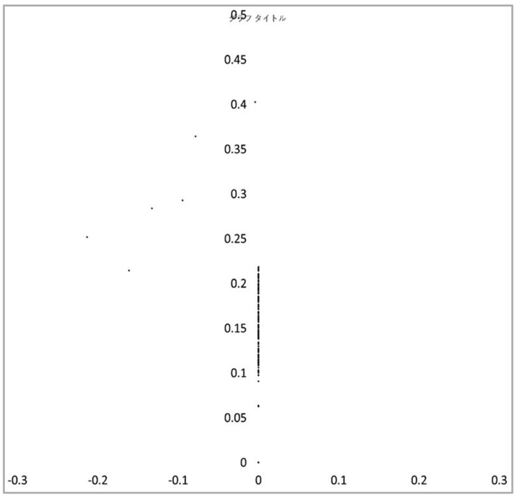

図 10　④の図

```
Case 0.55 To 0.95
    x(n) = 0.42 * (x(n - 1) - y(n - 1))
    y(n) = 0.42 * (x(n - 1) + y(n - 1)) + 0.2
```

図９　③の数式

```
Case Else
    x(n) = 0
    y(n) = 0.5 * y(n - 1)
```

図 11　④の数式

実験結果（2）　フラクタル・ツリーと日立の樹の差

本研究ではフラクタル・ツリーと日立の樹の３つの大きな差（輪郭、幹、比率）に注目した。また、それぞれについて試行錯誤を繰り返し、最終的に図 12 の樹を表すことができる数式（図 13）を得た。

①　輪郭

枝葉の部分の輪郭がフラクタル・ツリーは丸みを帯びた形であるのに対し、日立の樹は三角形に近い形をしている。実験結果（1）の②、③のｙの式の係数の値を小さくすることで枝葉の一番下の部分を広げ、また、④以外の部分でフラクタル・ツリーの凹凸部分をなるべく滑らかにつなげることで、三角形に近づけることができた。しかし、①の部分を木の全体の上の方に持っていき、滑らかに繋がるよう調節したことにより、内部に点がほぼ無い状態になってしまい、日立の樹というよりは日立の樹の輪郭のみを表したようになってしまったと。

②　幹

フラクタル・ツリーは線分で細く、枝葉の高さと同じ長さなのに対し、日立の樹は太く、枝葉に対して短いものである。実験結果（1）の④の乱数範囲を 0.95 から 0.975 と 0.975 から 1 の２つに分け、ｘの値を変えることで幅を持たせ、太くはできたが、幹の部分が下に離れてしまった。

③　比率

幹を除いた葉の部分のフラクタル・ツリーの縦と横の比率は１：２なのに対し、日立の樹の縦と横の比率は約５：16 である。①の輪郭と同様に実験結果（1）の②、③のｙの式の係数の値を小さくすることで、枝葉の一番下の部分を広げ、全体的に横長にし、縦と横の比率を約１：３まで近づけることができた。

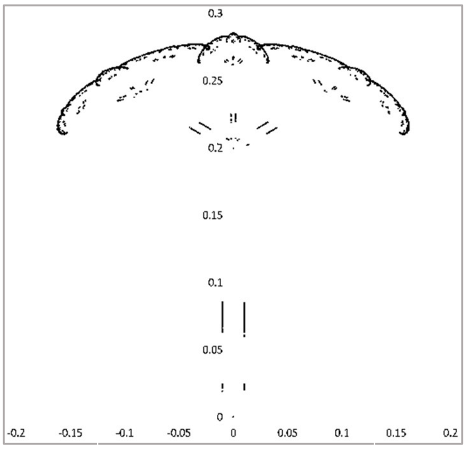

図 12　作成した樹

```
Case 0 To 0.15
    x(n) = 0.2 * x(n - 1)
    y(n) = 0.3 * y(n - 1) + 0.2

Case 0.15 To 0.55
    x(n) = 0.42 * (x(n - 1) + y(n - 1))
    y(n) = 0.2 * (-x(n - 1) + y(n - 1)) + 0.2

Case 0.55 To 0.95
    x(n) = 0.42 * (x(n - 1) - y(n - 1))
    y(n) = 0.2 * (x(n - 1) + y(n - 1)) + 0.2

Case 0.95 To 0.975
    x(n) = 0.01
    y(n) = 0.3 * y(n - 1)

Case Else
    x(n) = -0.01
    y(n) = 0.3 * y(n - 1)
```

図 13　作成した樹の VBA

６．考察・結論

試行錯誤を繰り返して一部は日立の樹に近づけることができたと思うが、木の内部や幹の位置などは近づけることができなかった。また、フラクタル・ツリーの数式の構造や最適化だけでは限界があり、一目で日立の樹と思えるようなものは作成できなかった。

７．今後の課題

乱数の範囲や構成を見直し、さらに新しい数式を作成、追加することで、より日立の樹に近い図形を作成できるのではないかと考えている。幹に関しては、今のままでは枝葉の輪郭部分と同様に、幹の輪郭部分だけが描かれているので、幹の中を塗るようなイメージで中にもっとたくさんの点を描かせたいとも考えたが、これ以上乱数の範囲を分けてしまうと幹の長さが短くなってしまうので、もっと良い方法を考えたい。また、今回は最大で 10 万点を描画させたが、もっと多くの点を描かせることで乱数を多少多くの範囲で分けてもほぼ輪郭だけ描画されるのではなく、中にも点が残っているようなものが作成できるのではないかと考えている。

８．謝辞

本研究に際し、国立研究開発法人科学技術振興機構研究開発戦略センター特任フェロー・岡本健太郎先生、大阪大学大学院理学研究科数学専攻・宇野勝博先生はじめ多くの先生方より、試行錯誤やあきらめずに頑張ることの大切さなどの研究の進め方に対するご助言、励ましのお言葉をいただいたことを深く感謝申し上げます。

９．参考文献・URL

「アートで魅せる数学の世界」　岡本健太郎著　技術評論社　2021
https://www.hitachinoki.net/profile/prof.html　(2023/01/18)
「美しい幾何学」　谷克彦著　儀重評論社　2019
「日常にひそむうつくしい数学」　冨島佑允著　朝日新聞出版　2019