

歪み絵(鏡を使っただまし絵)のプログラミングによる作成

Creation of distorted pictures (illusionism using mirrors) by programming

1. Abstract

I thought about how to distort it to create a picture that would look correct when reflected in a conical or spherical mirror. As a result, the relationship between the image reflected from the trajectory of light reflection and the image reflected to the human eye became clear in both cases.

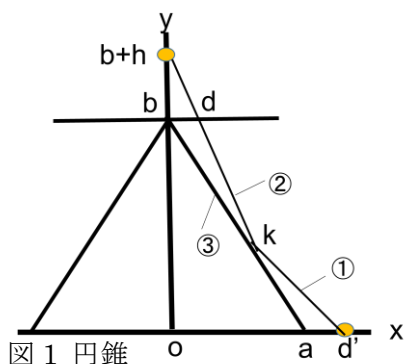
2. はじめに

歪み絵(アナモルフォーシス)とは、見る角度を変えたり曲面の鏡に映したりした時に正常な形で見える歪んだ絵のことである。昨年度の研究で、画像を曲げるプログラムを作成した。そこで本研究では、このプログラムを利用して歪んだ鏡に映った時に正しい画像が見える、歪み絵を作ろうと考えた。円錐型と球型の鏡に映した時に正しく見えるように歪ませた画像をコンピュータ上に表示することを本研究の目標とした。

3. 研究方法

円錐と球のそれぞれの立体の鏡に歪み絵が反射して我々の目に届くまでの光の軌道を真横から見た様子を座標平面上に置いて、光の軌道を関数を用いて表す。鏡に映った正しい画像と歪み絵の一点一点の位置の対応を調べれば、画像がどう歪んでいるのかを数式で表すことが出来、歪み絵を作ることができる可能性がある。

3. 研究結果



(1)円錐型

- a:円錐の半径 ①d'からの入射光
- b:円錐の高さ ②反射光
- b+h:視点 ③母線
- d:正しい画像が見えるスクリーンの一点
- d':kとdを通して目に映る光の歪み絵上の一点
- k:光が反射する点

円錐の歪み絵は円錐の真上から見下ろした時に元の画像が見える。図は円錐を真横から見て、地面、つまり X 軸上に置かれた歪み絵と Y=b にある我々の目に映る正しい画像をスクリーンに見立てて表した様子である。点 d' から点 K で円錐に入り反射する光は図 1 のように人の目 (b+h, 0) に届く。入射角と反射角は等しいので入射光①と反射光②は母線③を軸に線対称である。今、円錐の大きさを半径 a、高さ b とする。人の視点の高さを b+h、歪み絵のとある一点を変数 d' と、先述の条件を満たすように移動する点 k、d を定める。

$$\textcircled{3} \quad y = -\frac{b}{a}x + b$$

②は (0, b+h)、(b, d) から

$$\textcircled{2} \quad y = \left(\frac{h}{b}x\right) + b + h \quad \text{とわかるので}\textcircled{3}\text{と}\textcircled{2}\text{の交点 } k \text{ の座標は}$$

$$K = \left(\frac{abh}{ah-bd}, b(ah - bd - dh)\right) \quad \text{①と}\textcircled{2}\text{は}\textcircled{3}\text{を軸に線対称なので、ここから点 } d' \text{ を求める。D}$$

から③に垂直な線を下ろすとその線は

$$y = \frac{a}{b}x - \frac{ad}{b} + h \quad \text{この線と}\textcircled{1}\text{の延長線上との交点 } c \text{ の座標は}$$

$$C \left(\frac{(a^2-b^2)d}{a^2} + b^2, \frac{(a^2+b^2-2ad)b}{a^2+b^2}\right)$$

点 K 点 C をそれぞれ (s, t) (kx, ky) とおくと①は

$$y = \frac{k_2-t}{k_1-s}x - \frac{k_2s-k_1t}{k_1-s} \quad \text{よって、点 } d' \text{ の座標は}$$

$$d' = \left(\frac{k_2*s-k_1*t}{k_2} - t, 0\right)$$

(2) 球

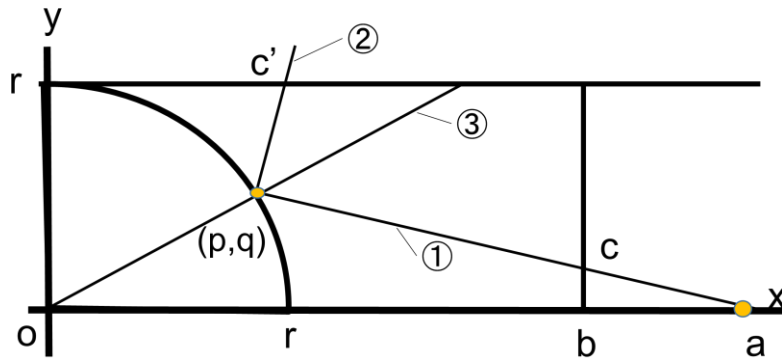


図 2

r =球の半径
 a =視点
 b =人に見える絵の原点からの距離
 c =反射光がスクリーンを通るときの y 座標
 c' =入射光と歪み絵との交点
 (p,q) =入射光と球との交点

球の歪み絵は球型の鏡の周りに筒状に巻き付けるようにしてその筒の中を覗き込むようにして見る。(1)と同様に、図は球を真横から見たときの歪み絵の様子である。 $Y=r$ の線は球にまかれた歪み絵で、

円錐鏡と同様に直線①と②は③を軸に線対称である。

① $y = \frac{c}{b-a}x - \frac{ac}{b-a}$ (p, q)は半径 r の円の円周なので、 $y^2 + x^2 = r^2$ を満たす。よってこの2式の交点 (p, q) は

$$(p, q) = \left(2ac^2 + \frac{\sqrt{[4ac^2 - 4\{c^2 + (b-a)^2\}\{a^2c^2\} - r^2(b-a)^2]}}{2\{c^2 + (b-a)^2\}}, \sqrt{r^2 - p^2} \right)$$

③ $y = \frac{q}{p}x$ ①と②は③を軸に線対称であることから

② $y = \frac{(2s-q)}{-a+2t-p}x - \frac{p(2s-q)}{-a+2t-p} + q$ 点 a から③に対し垂直に伸びる直線は

$$②' = -\frac{d}{\sqrt{r^2-d^2}}x + \frac{ad}{\sqrt{r^2-d^2}}$$

②' と③との交点は $(\frac{ap^2}{p^2+q^2}, \frac{apq}{p^2+q^2})$ であることから③との交点は

$(\frac{2ap^2}{p^2+q^2} - a, 2apqp^2 + q^2)$ よって

$$③ \quad c' = \frac{(r-q)(-a+2t-p)}{2s-q} + p$$

3. 参考文献

遠近法によるアナモーフォーシスの解析 野田和宏(2008)