39

カオスが見られる漸化式の性質

The Feature of The Recurrence Formula Which Has Chaotic Behavior

Abstract

We used the approximations of the recurrence formula, $x_{n+1}=4ax_n(1-x_n)$ … I in order to calculate the Feigenbaum constant and the regularity of periods after chaos. We found out that the constant was able to be guessed as the even number liner approximation of function I became close to I .

目的

本研究の目的は$x_{n+1}=4ax_n(1-x_n)$･･･①のファイゲンバウム定数を求めることとカオス後の周期の規則を発見することだ。

方法・結果1

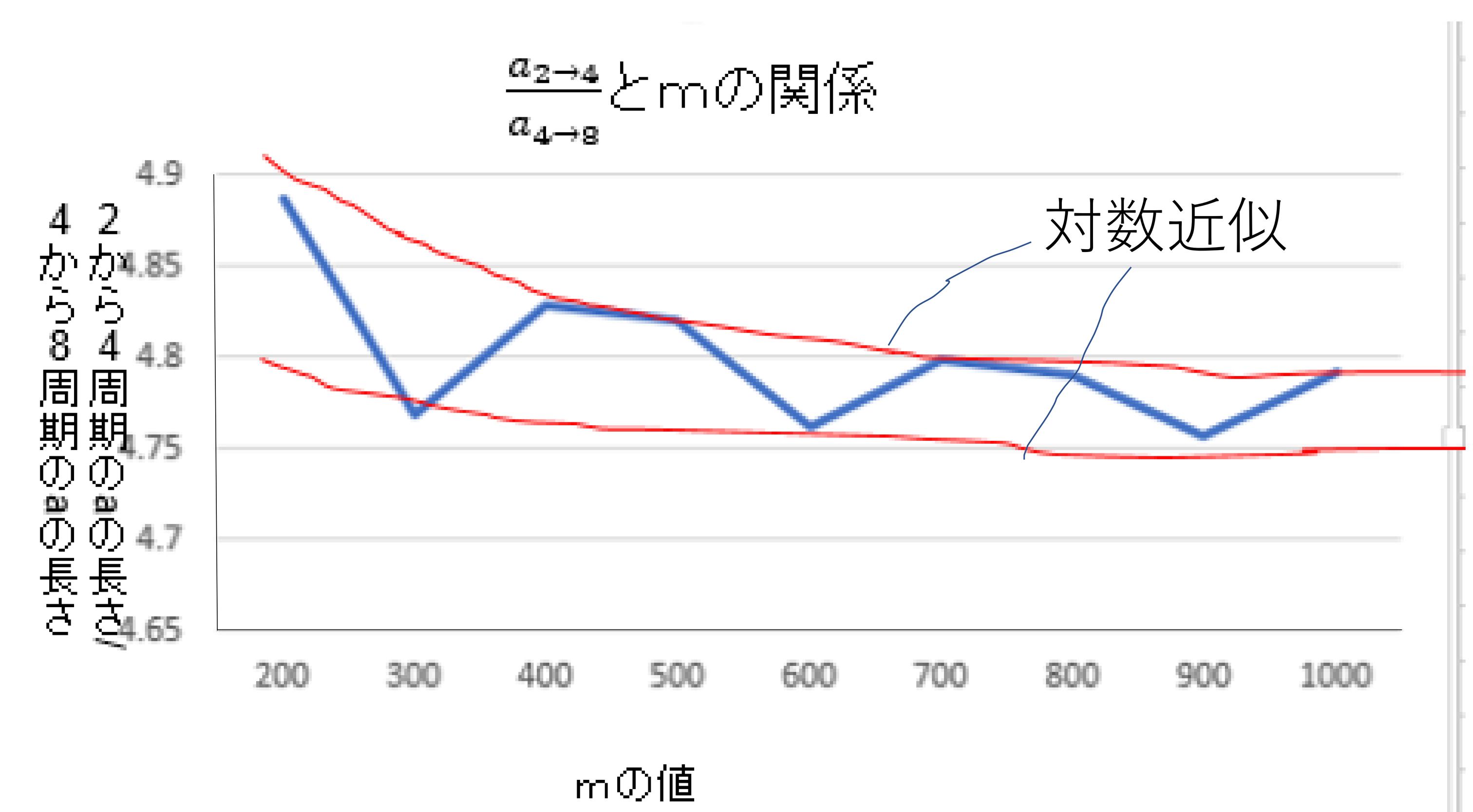
$$f(x_n)=-a\frac{4}{m^2+2m}\left(\sum_{k=1}^{m}|(m+1)x_n-k|-\frac{1}{2}m(m+1)\right)$$

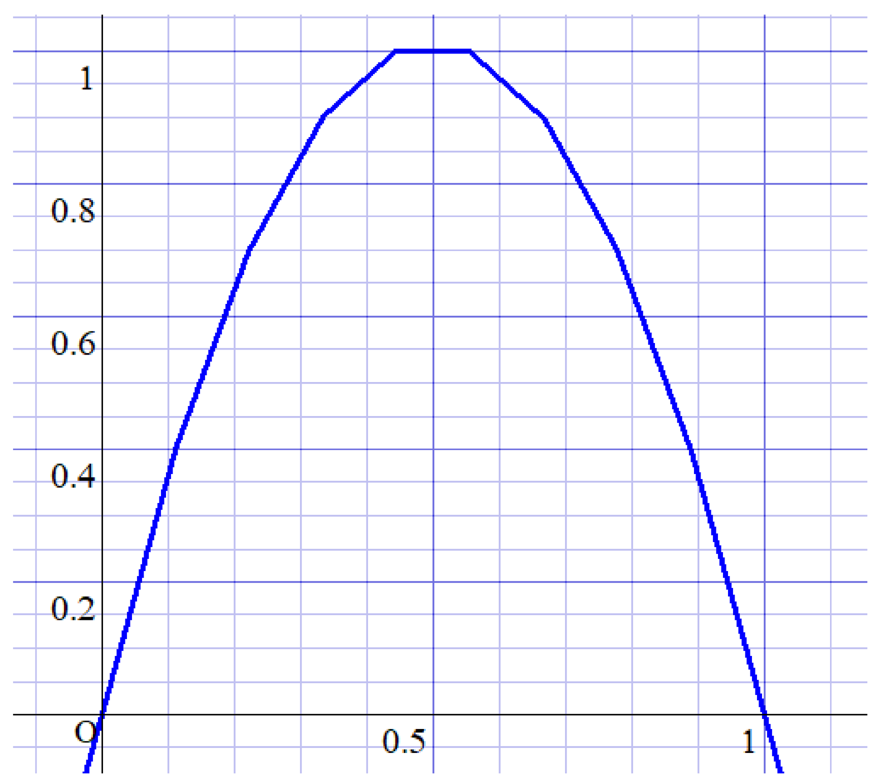
（mは偶数）で近似してファイゲンバウム定数に相当するものを調べた。２→４周期のaの値の幅を４→８周期のaの値の幅で割ったものはmの値を大きくするにつれて減少し収束することが分かった。

方法・結果2

$$f(x_n)=-a\frac{4}{(m+1)^2}\left(\sum_{k=1}^{m}|(m+1)x_n-k|-\frac{1}{2}m(m+1)\right)$$

（mは奇数）で近似してカオス後の周期の共通点を発見する。m=1005の時の周期はほぼ同じaの値で見られた。





m＝8の時の近似式

0.890969,16
0.892183,32
0.892425,chaos
0.892426,64
0.892477,chaos
0.892484,64
0.892493,chaos
0.893133,24
0.893173,48
0.893184,chaos
0.894378,20
0.894411,40
0.894436,80
0.894437,40
0.894440,chaos
0.895506,12
0.895700,24
0.895789,48
0.895810,chaos
0.896569,20
0.896585,chaos
0.897346,16

m＝１００５の解の振る舞い

0.893963,84
0.893964,chaos
0.894024,76
0.894025,chaos
0.894132,36
0.894133,chaos
0.894278,48
0.894279,chaos
0.894337,68
0.894338,chaos
0.894379,20
0.894416,40
0.894434,80
0.894439,160
0.894440,chaos
0.894453,120
0.894454,chaos
0.894592,44
0.894593,chaos
0.894659,36
0.894660,108
0.894661,chaos

ロジスティク写像の解の振る舞い

考察

mが偶数のときの近似式からは具体的な規則性は見つけることができなかったが上のように2つの対数近似の交点からファイゲンバウム定数は4.751339…だと求められた。 mが奇数のときの近似式がロジスティック写像のカオス後の周期のもとになっていると考えられる。

今後の課題

より多くのmの値の時のデータを取り規則を考察する。

参考文献

https://mathworld.wolfram.com/FeigenbaumConstant.html
Wolframmathword
『カオス・フラクタル講義ノート』epirents.libhokudai.ac.jp 2011　井上純一