

数学とコンピュータによる遠近法の保存と解析 ～2次元から3次元への逆再生～

Analysis and Conservation of perspective by Mathematics and Computers
-Reverse playback from two dimensions to three dimensions-

Abstract

Last year, we created a program that converts three-dimensional data into planar data using perspective. The purpose of this study is to reverse the program and to convert two-dimensional data to three-dimensional data. Currently, it is possible to create a three-dimensional image based on eight points, but with further development of this research, it will be possible to create three-dimensional data with only flat illustrations or photographs.

1, 背景・目的

昨年度作成した立体データを1点・2点・3点透視図法による2次元データに変換するプログラムを用いて、2次元データから3次元データに変換するプログラムを作成する。及び、そのプログラムを用いて、写真やイラストさえあれば立体化できるようにすることが最終目標である。

2, 方法

- (1) x、y、z軸からなる空間のxy平面に任意の二次元の平面データを設定し、三次元のデータに変換する式を、ベクトル方程式で算出する。
- (2) 以上をプログラムとして作成する。計算過程に10進BASICを用いた。
- (3) 算出された値を立体データが表示可能なGeoGebraにて表示させる。

3, 考察と結果

- (1) 1点透視図法における2次元データの3次元データ化の式の作成

まず、x、y、z軸からなる空間のxy平面に任意の2次元データを設定し、 $Z < 0$ のyz平面に視点を置く。視点から各2次元データ上の点を通る変換式をベクトル方程式で立式し、その距離を任意の数倍させ、 $Z > 0$ の範囲に物体の座標を算出できるのではないかと考えた。

この考察を基に立式を行った。

1. 原点Oをの座標を $(0, 0, 0)$ 、視点Pの座標を (k, l, t) と置く。
 2. xy平面に一点透視図法で描かれた直方体の図を設定し、それぞれの点を座標で表す。
ex) $A = (a, b, 0)$
 3. Pから1の各座標のベクトルを求める
ex) $PA = (a-k, b-t, 0-l)$
 4. 3で求めた値を任意の実数（これをsとする）倍し、 $z > 0$ の範囲に算出。
ex) $PA' = s \times PA = (s \times (a-k), s \times (b-t), s \times (0-l))$
 5. P座標の値と4で求めた値の和が、立体の座標となる
ex) $A' = P + PA' = (k + s \times (a-k), l + s \times (b-t), t + s \times (0-l))$
 6. 直方体の奥側の座標はsではなくnを用いた。
ex) $E = (c, d, 0)$ $n = b-p/d-p$ $E' = (k + n \times (c-k), l + n \times (d-t), t + n \times (0-l))$
- 以上の式を繰り返すことで、直方体の全座標を求めることが可能となった。

- (2) 立体化のプログラム作成

(1) の式を10進BASICで作成し、その値をGeoGebraへ代入するプログラムを作成した。各座標の値を代入することで、立体を視覚的に表示させることが可能なプログラムとなっている。ベクトルを用いた場合GeoGebra内でも同様の計算を行えることが分かったのでそこで実行を行おうと試みたが、奥行きを表現することができず二つのプログラムを用いる形となった。

4, 参考文献

- ・「エッシャーの宇宙」坂根巖夫 1983年
- ・「科学技術としての遠近法の変遷」加藤道夫 2005年
- ・「数学とコンピュータによる遠近法の保存と解析」片山優華他 2021年