研　究　集　録

第8集　昭和40年度

大阪学芸大学附属高等学校天王寺校舎
大阪学芸大学附属天王寺中学校

はしがき

このたび，「研究集録」第8集を発行することになったことは，ほんとうに慶びにたえないことであります。

本校のすべての教官は教育活動を行なうとともに，その教育活動上の切実な必要にもとづいて，日夜，研究にはげんでいますが，そのなかから，一応の区切りをみたものを選んで，ここに発表することにしました。

元来，研究は長く続いていつ果てるとも知ることのできないものです。その意味において，今日の発表は明日の研究の第一歩です。この第一歩に，もし，十分でないものがあれば，将来，十分な成果を得ることはできないでしょう。このことは，本校の生徒は申すにおよばず，日本の生徒たちや世界の生徒たちを幸せにする日を遅らせることになります。

より多くの生徒たちを幸せにするために，読者諸氏から厳正な批判や叱陀の声をいただきたいと思います。

最後に，今日の多忙をきわめる教育現場で，そして，恵まれない経済状態の教員生活のなかで，幾多の困難に耐えて研究を進め，ここに筆をとられた本校教官各位に敬意を表わすとともに，今後，ますます研究に精進されるよう切望します。

昭和41年6月

大阪学芸大学附属天王寺中学校長
大阪学芸大学附属高等学校天王寺校舎主任
阪田巻蔵

目　　次

発問によってできる読みの姿勢（その２）

木　下　士　郎

（１）

前回（その１）において調べたこと

前回（その１）においては，「安寿は何を考えていましたか」「厨子王はどう思っていましたか」「安寿はどんな気持ちで言いましたか」「厨子王はどんな気持ちで答えましたか」のように，「安寿は」と「厨子王は」が交互に出てくる質問が出されると，生徒がその学習についていけなくなるのではないか，というところから問題を起こし，そのあと，次の二つのことについて調べてきた。

① 指導者の発問によって，生徒には一つの読みの姿勢ができるということ。たとえば，「人間とはどういうものだろうか」と発問して読ませると，生徒はその発問にそった一つの姿勢をつくって，その文章を読んでいくということ

② 発問によってできたこの一つの姿勢は，次の作業にも影響を及ぼしていくということ。このことは，はじめに違った発問がされていると（したがって，それぞれ違った読みの姿勢ができていると）次の発問がまったく同じものであっても，その出てくる結果は，異なる傾向を生み出すことになるということ。

（２）

今回（その２において）調べること

（その１）においては，Ａ・Ｂ二つの学級に対して，それぞれ違った発問を一つだけしておいて，そのあとで同じ発問をしたとき，それぞれの学級にはどのような違いが出てくるか，を説明的文章を使って調べてみた。今回はＡ・Ｂのそれぞれのクラスに対して，異なった発問を数多くしておいて，そのあとで，同じ発問をしたとき，ＡとＢのクラスの間には，どのような違いが出てくるか，について調べることにした。具体的には，前回は説明的文章を使ったので，今度は文学的文章を使い，次の〔Ａ〕〔Ｂ〕の二つの調査をした。

〔Ａ〕授業の途中で，組によって違う発問を三つ行ない，そのあとで同じ発問をする

調査年月日	昭和41年４月20日（水曜）
対　象	大阪学芸大学附属天王寺中学校１年Ａ組・１年Ｂ組――いずれも男子30名，女子15名から成る普通学級
方　法	高村光太郎の詩「春の一年生」（中学校国語――学図版書載）を使ってＡ・Ｂの二つの組に授業する。授業時間のはじめから途中までは，どちらの組にも同じ発問をし，そのあとＡ組とＢ組とに，それぞれ違った発問を三つする。そのあと両者にまた同じ発問をする。そして，その同じ発問に対する生徒の反応を比較する。

○Ａ・Ｂの二つの組に対して行なった発問

①詩を読んでください

②自分の気持ちとぴったりしているところをノートに書きなさい
③発表してください
④詩を読んでください
⑤きみたちは，いつ教科書を買いましたか
⑥学校のはじまるまでに読みましたか
⑦どのように読みましたか
⑧第１連だけを読んでください
⑨第２連だけを読んでください
⑩きみたちは，この学校のことについて，どのように聞いていましたか
⑪実際に来てみて，どう思いましたか
⑫第２連を読んでください
⑬第１，第２連で，どんなことばがよく出てきますか

○組によって違う発問

Ａ組に対して

①ラジオのおじさんの言ったのは，どのことばですか
②「少年少女は春のようだ」とは，どんな意味ですか
③どの部分に決意があらわれていますか

Ｂ組に対して

①「春のようならたのしい」のはなぜですか
②小学校ではどんな点がつらかったですか
③どういう点がうまくいき，どういう点がうまく行かなかったですか

○Ａ・Ｂ二つの組に対して行なった同じ発問

ラジオのおじさんに返事を出したいと思います。ノートへその返事を書いてください。──→この文章をＡ・Ｂで比較する

教　材　　春の一年生　　（詩）

いいにおいがする，
あたらしいにおいがする。
この学校のにおいかしら，
このカバンのにおいかしら，
この本のにおいかしら。
おなか一っぱい息を吸うと，
しんからうれしくなるような，
こんないいにおいがする。

（第２連省略）

空には春かぜ，地には希望，
少年少女は春のようだと，

ラジオのおじさんが言っていた。
春のようならたのしいな。
春は何でもきれいで明るい。
わたしが春ならどうしよう。
うそは決してつくまい,
正しい人になろう,真理をきわめよう,
すなおに,やさしく,のびのびと,
朝日のようにいきいきと進もう。
ああ,ほんとにいいにおいがする。
おなか一っぱい息を吸うと,
ひとりでうれしくなるような,
こんないいにおいがする。

調査者(授業者)

国語科担当の木下がこれにあたる。A・Bはいずれも調査者の受け持つホーム・ルームではない。時間は,時間割で国語の授業時間に実施。

<結　果>

A組のほとんどの生徒(約8割)は次のような文章を書いた。

- 春のようにきれいで明るい心をもってがんばっていきます
- わたしは,春のようにすなおにやさしくのびのびとやっていきたいと思います
- わたしは今の気持ちを忘れず,がんばりますから,見ていてください。
- いつもきれいな心をもって,正しく,明るく歩んでいきます。

これに対して,B組の多くのもの(約6割)は,次のような文章を書いている。A組のものの書いた,上にあげた文と比較すると大きな違いを感ずる。深さがあり,力のある文になっている。1度春を自分で受けとめ,自分で考えている。長さも違う。

- ぼくは春のようになりたいが,それはむりかもしれない。春はとてもいい。そのようにすばらしい人間になれるかどうか,わからない。自信がない。しかし,ぼくが春であればうれしい。春のようになれば万歳だ。
- わたしは,春のようにきれいで明るい人間になりたいと思います。今まで以上に苦しいことも数多くあると思います。勉強もむずかしくなると思います。どんなときでもおじさんのことばを思い出し,やるだけのことをやってみます。
- 春のように明るく,きれいな心になろうと思います。春は気持ちがいい。私も春のように気持ちのいい子だと思われるようになりたい。でも春は,のんびりしている点はいやだ。私はいままでのんびりやであると言われたから,のんびりやになりたくない。

〔B〕授業のはじめから二つの組に違った発問をし,最後にだけ同じ発問をする

調査年月日　　昭和41年4月25日(月曜)

対　象　　大阪学芸大学附属天王寺中学校第1学年A組・B組

方　法　　夏目漱石の小説「坊っちゃん」の一節を使ってA組とB組とに授業する。それぞれの組では以下に示すような,違った展開のしかたで授業を行ない全然違った発問を重ね,いちばん最後にだけ同じ発問をして,A組とB組の生徒の反応を調べてみた。

〔A　組〕

①各自黙読してください。
②感想をノートに書いてください。
③順番に読んでください（指名一音読）
④きみたちが，二階から飛びおりることについて，坊っちゃんのように言われたらどうしますか。
⑤第3段音読してください。
⑥坊っちゃんは勘太郎をどうしましたか。
⑦それはなぜですか。
⑧何回くりを取りに来ましたか。
⑨どこでわかりますか。
⑩そこで坊っちゃんはどうしましたか。
⑪「押しつけておいて」のすぐ下に「，」のあるのとないのとでは意味がどう変わりますか。
⑫押しつけられたとき勘太郎はどう言ったでしょうか。（ノートへ書く）

〔B　組〕

①順番に読んでください（指名一音読）
②いくつの段落に分かれていますか。
③各段落には，どんなことが書いてありますか（ノートに書く）
④書いたのを発表してください。
（段落ごとに3人ずつ発表させ板書する）
⑤段落ごとに読んでください。
（指名一音読）
⑦言ったことばとして「　」をつけることのできる部分はどこですか。その部分に「　」をつけてください。
同級生のことば，おやじのことば，坊っちゃんのことば
⑧語句の意味について調べよう（質問する）

はやす	親指の甲
はすに切る	つらまえる
……………	……………

A組・B組共通
はじめから黙読して，この文章の感想をノートに書いてください。

◎A組にあっては，はじめに感想を書かせ，そのあと，坊っちゃんや勘太郎の立場に立たせ，できるだけ主体的に読ませるような発問を重ねた。B組にあっては，説明的文章の読解のように，段要ごとに考えることと，語句の意味をつかませることに中心をおいた発問を重ねた。そしていちばん最後に二つの組に同じ発問をし，生徒がノートに書いた感想文を比較した。

調査者（授業者）**・時間**

調査には国語科の木下があたり，時間割の国語の時間50分をこれにあてる。

教　材　（プリントして配布）

親譲（ゆず）りのむてっぽうで，こどものときから損ばかりしている。小学校にいる時分，学校の二階から飛びおりて，一週間ほど腰を抜かしたことがある。なぜそんなむやみをしたと，きく人があるかもしれぬ。べつだん深い理由でもない。新築の二階から首を出していたら，同級生のひとりが冗談（じょうだん）に，いくらいばっても，そこから飛びおりることはできまい，弱虫やあい，とはやしたからである。小使に負ぶさって帰ってきたとき，おやじが大きな目をして，二階ぐらいから飛びおりて腰を抜かすやつがあるかと言ったから，この次は抜かさずに飛んでみせますと答えた。

親類のものから西洋製のナイフをもらって，きれいな刃を日にかざして友だちに見せていたら，ひとりが，光ることは光るが切れそうもないと言った。切れぬことがあるか，なんでも切ってみせると受けあった。そんなら君の指を切ってみろと注文したから，なんだ指ぐらいこのとおりだ，と右の手の親指の甲をはすに切り込んだ。さいわいナイフが小さ

いのと，親指の骨が堅かったので，いまだに親指は手についている。しかし傷あとは死ぬまで消えぬ。

庭を東は二十歩に行きつくすと，南上がりに少しばかりの菜園があって，まんなかにくりの木が一本立っている。これは命より大事なくりだ。実の熟する時分は，起き抜けに背戸を出て，落ちたやつを拾ってきて，学校で食う。菜園の西側が山城屋という質屋の庭続きで，この質屋に勘太郎という十三，四のせがれがいた。勘太郎はむろん弱虫である。弱虫のくせに四つ目がきを乗り越えて，くりを盗みに来る。ある日の夕方，折り戸の陰に隠れて，とうとう勘太郎をつらまえてやった。そのとき勘太郎は逃げ道を失って一生懸命に飛びかかってきた。向こうは二つばかり年上である。弱虫だが力は強い。はちの開いた頭を，こっちの胸へあててぐいぐい押した拍子に，勘太郎の頭がすべって，おれのあわせのそでの中にはいった。じゃまになって手が使えぬから，むやみに手を振ったら，そでの中にある勘太郎の頭が，右左へぐらぐらなびいた。しまいに苦しがってそでの中から，おれの二の腕へ食いついた。痛かったから，勘太郎をかきねへ押しつけておいて，足がらをかけて向こうへ倒してやった。山城屋の地面は菜園より六尺がた低い。勘太郎は四つ目がきを半分くずして，自分の領分へまっさかさまに落ちて，ぐうと言った。勘太郎が落ちるときに，おれのあわせの片そでがもげて，急に手が自由になった。その晩，母が山城屋にわびに行ったついでに，あわせの片そでも取り返して来た。このほか，いたずらはだいぶやった。

<結　果>　何をとらえ，坊っちゃんをどのように見ているか，について考えてみた。

(1)　感想文では，何をとらえているか。

この物語では，二階から飛びおりること，ナイフで自分の指を切ること，勘太郎を押し倒すことの三つの事件が述べられている。生徒は感想文で，その中のどれに目をつけているだろうか。

（第一表）

	A組(人)	B組(人)	計(人)
二階から飛びおりたこと	10	32	42
ナイフで指を切ったこと	8	20	33
勘太郎を押し倒したこと	35	8	43

（ひとりで二つなり三つの事件にふれているものがあるので，合計すると調査人数を越えている。）

上の表を見ると，A組とB組の生徒では，読んでいるときに，中心の事件としてとりあげているものが違っていることになる。A組では「勘太郎を押し倒した」事件に重きを置き，B組では，二階から飛びおりた事件を重要視して読んでいる。

(2)　坊っちゃんをどのように見ているか。

（第二表）

	A組	B組	生徒のおもな考え方
悪くない	23人	4人	◦勇気がある　◦いたずらとは思えぬ ◦にくめない性質　◦根性がしっかりしている （例文1）

良い点と悪い点がある	8人	15人	∘むてっぽうな点があるが，勇気がある。 ∘いたずら好きで，純真である ∘男らしく，らんぼう　　（例文2）
悪い	14人	25人	∘むてっぽう　∘らんぼう ∘いたずらずき　∘ひどいことをする ∘むちゃくちゃ　（例文3）
その他	0	1人	
計	45人	45人	

∘「生徒のおもな考え方」というのは，感想文で言おうとしていることをこちらで短いことばにまとめたものであり，「悪くない」なり「悪い」なりの部類には，こういう考え方をしたものを入れたのであるということを示したものである。

（例文1）

坊っちゃんは勇気のある人間だと思う。

くりのことにしたって，となりの勘太郎が，人の大事にしているものを盗みにくるのが悪い。自分の命より大切にしているものを盗まれたらだれだっておこると思う。

そのほか，二階から飛びおりたことも，ナイフで自分の手を切ったことも，ふつうの人だったらとうてい勇気がなく，しないと思う。坊っちゃんはその点勇気があってえらいと思う。

（例文2）

坊っちゃんはとても男らしい。私達なら「二階から飛びおりてみろ」と言われても絶対に飛びおりないと思う。しかし坊っちゃんは「よしやったる」と言って飛びおりた。腰をぬかしたけれど。坊っちゃんはどんなことでもする。それがみんな良いとは言えないが坊っちゃんは，やらなければ気がすまないのであろう。そして，坊っちゃんは，わりにらんぼうだ。勘太郎とけんかしたときもそうだ。なにも押して，倒す必要はない。

（例文3）

坊っちゃんはむてっぽうで，わんぱくで，悪い人間だ。最後の勘太郎を倒してやっつけたところにしても，普通の人間ならあんなことをしないだろう。

上の表を見て，すぐに気のつくことは，A組では半分以上のものが，「坊っちゃんはそんなに悪い人物でない」という判断をしているのに，B組では，その反対に半分以上のものが「悪い人物である」という判断をしていることである。

なぜ，こうも大きな違いが出てきたかについて吟味してみると，「坊っちゃんは悪い人物でない」と判断しているもののほとんどは，例文1にあるように，「命より大切にしているくりが盗まれたらおこるのがあたりまえだ」という考え方をしている。そして，この「命より大切なもの」という部分に目をつけているのは，「勘太郎とのできごと」について，深く読みとる発問の多かったA組にやはり多いためであろう。（第一表参照）

（3）

以上のことから考えられること

授業の途中まで同じ発問をし，そのあとで，組によって違う発問を三つ続け，そして最後に同じ発問をした調査〔A〕においても，組によって違う発問を授業のはじめから続け，いちばんあとで同じ発問をした調査〔B〕においても，その出て来た結果が，組によって大きく変わっているのに驚かざるを得ない。ただ口先だけで新一年生の決意を述べたA組，よく自分を見つめ，地についた希望，決意を述べたB組，また，あとの調査で，坊っちゃんをまったく逆の立場でとらえたA組とB組――それぞれの組に対して，違った発問をいくつかしたあとで，その二つの組にまったく同じ発問をしても，すでに両者には，ぜんぜん違った読みの姿勢ができており，したがって出てくる結果においても，大きな差の現われてくることを物語っている。

前回の（その1）においては，異なる発問を一つだけしておいて，そのあとで同じ発問をしたとき，出てくる結果は，組によって違った傾向を示すことを明らかにした。今回の（その2）においては，異なる発問をいくつかしたあとで，同じ発問をしたときには二つの組の間に，さらにもっと大きな違いの出てくることを明かにした。すなわち，異なる発問がたくさんされればされるほど，その二つの組の生徒の読みの姿勢は，異なる方向へますます進み，あとで同じ発問をしても，その結果に大きな差異をもたらすようになるのだと考えられる。

読解指導の一問題点

——読点意識の調査およびその考察——

野　井　　　登

(一)　は　じ　め　に

学習指導要領では小一から，「、」(てん) に注意し，また「。」(まる) をうつようにすることが要求されている。小二で文意識の確立とともに句点が正しくうてるようになり，小四で読点が一応うてるようになるとともに，その他のおもな符号などの使い方についてもひととおり理解することが要求されている。中学校に進むと，「大きなこどものくつ」「大きな，こどものくつ」のように読点のあり方で語のかかり方が変わってくることや，かぎの有無で表現の差違が生ずることなど，文の成分の順序，句読点，抑揚などによって習得したことがらをさらに深めることとし，特に文章や文の意味の変化と結びつけて指導するようにする。高等学校では，中学校での学習の上に立って，文章や文の組み立てを確実に理解し表現できるようにするという立場から指導し，国語に対する関心や自覚を深めさせるようにとある。

しかるに，高等学校まで進んでも，最もむずかしいのは，読点のうち方である。もちろんこれは，絶対的な基準をうち建てにくい点に指導上の難点があり，そしてまた，ついついわれわれが軽視するわけではなくとも，おろそかにしがちであるのが実状であろう。私はこのあたりにも国語教育の盲点のひとつを見出したい。芥川龍之介は「文部省の仮名遣改定案について」（大正14年）という文章の中で，「僕等は句読点の原則すら確立せざる言語上の暗黒時代には生まれたるものなり」としるしているが，この句読点の問題は今なお国語教育の未解決の，そして盲点のひとつとして残されている分野である。

そして少なくとも，

(1)文の構成意識を育てるための条件のひとつとして数えなければならない。

(2)書きことばではこれの有無や位置が文の成分の関係に密接につながり，また文の表現効果を左右することがある。

の二点を自覚させ，理解し，表現するくふうをさせる言語意識を育て，まず正確に読み，正確に表現することへの有力な橋がかりを教育現場で志向しなければならないと思う。

要するに，「句読点の指導は，単に表記法の問題として取り扱われるべきではない。読むことや書くことの指導と関係づけて，文の意識や文の意味の切れ目の意識としてなされるべきである。」(中学校国語科学習指導法ことばのきまり編) をふまえつつ，「文法論の射程を拡大する。」（永野賢氏）ことによって，読解指導や表現指導にも役だて得る方向を摸索したいと思うのである。

しかるに現状はどうであろうか。今回はこの点の調査結果を考察し，今後の問題点の一端を探ってみたい。

なお，近来句読法はよい文章の一条件になったとはいえる。たとえば，

〔読者から〕

さいきんの記事に読点がぐっと多くなり，読みやすくなったように感じます。これは貴社

で意識的に読点をふやしたのでしようか。
〔編集者から〕
ご承知のとおり，読者層の広い新聞の文章は，一読して容易に理解されるものでなければなりません。この「読みやすさ」を左右する要因のひとつに「読点(，)」つまり，文章の継続を明らかにするために施す点の問題があげられます。
読点には，現在のところ，確立された基準がありませんが……専門家とも調査を続け，このほど原則的な基準をつくりましたので，ご指摘のように，五月六日付けの紙面から実施いたしました。（『読売新聞』39・5「読者と編集者」欄）

などにも見られるように，ようやく注目されるようになった。このとき，われわれ国語教育者も問題点は問題点としながらも，読解への有力な手段として，これを覚えさせるといったことよりも，考えさせるといったことを強力に進めなければと思う。その場合，句点については，国語の文末ははっきりしており，ほとんど迷うことなくうち忘れることさえしなければよいのであるが，読点の方は，はなはだ複雑であり，これの指導法をどうすればよいのかに迷うとともに，なんとかめどを見きわめていきたいと思われる。わが国においては，読点の必要性がうすく，通則化されるのがおくれ，助詞・助動詞の発達している日本語本来の性質にもより，そしてまた漢字とかなとの使いわけがあるなどを認知しながらも，今少し，指導体系を樹立すべきではないかと思わざるを得ない。かかる時，指導の体系を樹立するためには，少なくとも

(1)文および文章それ自体についての研究
(2)生徒の理解・表現力の実態調査

のふたつを現状においては考えなければならないと思う。このたびは，その足掛かりとして句読点，とくに読点についての実態調査を通して，今後の問題点を考察してみようと思う。

（二） 読む場合と書く場合とにおける意識について

下に掲げるものは，昭和40年7月5日（第2学年）および7月15日（第3学年）に本校生徒に対して「読点の理解度について」（次項目）調査した折，時間的に余裕のあるものだけに

「文章を書く場合，とう点（，）については意識的か，無意識的か，またとくにどういうところで意識的であるか。
文章を読む場合はどうか。」

の問いを出して，随意に書かせてみたのをまとめたものである。（第3学年についてはほとんど時間がなかった。）項目中「　」で示すのは生徒の回答のままを記載したものである。）

(A)読点についての「読むとき」の意識

第 3 学 年

(a) 意 識 的

(1)	一読して意味がおかしくなって気にかかるとき	3
(2)	修飾語のつながりを考えるとき	1
(3)	声を出して読むとき	1
(4)	意識する	1

(b) 無意識的

(1)	意識しない	5
(2)	声を出して読まないとき	1
(3)	書く場合とくらべては	1

第 2 学 年

(a) 意 識 的

(1)	意味のくみとれないとき	6
(2)	意識する	5
(3)	無意識的ではないが，それほど意識的ではない	3
(4)	音読のとき—「独特の読み方をするといわれたことがあって，それ以来なんとなく自分でもそう思って少し意識している。とくに感情のはいった文章のとき」	2
(5)	読点で息をつなぐ程度	2
(6)	「じょうずな文章はスラスラと流れるようで，読点などまるで気につかないで読んでしまうが，文章の切れるところと読点とがあっていないような文章はつっかかって途中でいやになってしまう」	1
(7)	小説・詩など文芸もののとき	1
(8)	読みあやまったとき，みかえす程度	1
(9)	読点にも大きな間と小さな間とがあるが，そんな点に注意している。	1
(10)	多い少ないぐらいを考える	1
(11)	「文章の感じをくみとる。すなわちもっさりしているとか，流れるようだとか，歯切れのよい文だとか」	1
(12)	接続語のところ	1

(b) 無意識的

(1)	意識しない	42
(2)	軽読書のときは多分に	1

（結果の考察）

(1) 両学年回答者を通じて「無意識的」なものの多いところに，指導者自身の反省を先ず考えたい。

(2) 論理性に着目しての意識的な態度を見せようとするものの少ない点に注意すべきであろう。実用的な文章にしても，これを当然もつべきだと思われるが，そうした回答のないことは，生徒の身近な社会生活の要求にもっとくいこみ，身につけさせていく必要性を感じさせる。

(3) 音読的な要素に意識をもった回答の見られる点については，聞く・話すことの能力との問題を考えさせられる。とくに，「間」「息のつなぎ」をとりあげているものがあるが，演劇教育，朗読などとの関連において，文構造の機能的理解を正しくさせるといった方向にどう発展させるべきか，そしてまた，読点は読みのためよりも，意味のために打ってあることに比重があるわけであるが，このあたりの指導をどうすべきかといった問題をもあわせ考えさせられる。

(B)読点についての「書くとき」の意識

第 3 学 年

(a) 意 識 的

(1)	読みあやまりをしやすいと思ったとき	5
(2)	一文の中で筋道をたてて述べたいとき	2
(3)	息をつなぐところ	1
(4)	意識はするが，入れるべきかどうか迷うことが多い	1
(5)	意識はするが，自然に書いていくとたいへん多くなる	1
(6)	「かなり神経質になる。というのは，打つことによってかえって，文をわかりにくくするのじゃないかが気にかかる」	1
(7)	字数の制限のある答案を書くとき	1
(8)	「あまり意識していなかったが，一年のとき読点が多すぎるといわれてから，余分なところに打たないように気をつけている」	1

(b) 無意識的

(1)	無意識的	6
(2)	「別に意識はしない。打つのは，主語のあととか，中止法とか，接続助詞「て」のあとにつける。しかし別に意識してではなく，文字がずらずら並ぶのを防ぐという意味でつける」	1
(3)	気分的に	1

第 2 学 年

(b) 意 識 的

(1)	意味がとりちがえられるとき	12
(2)	そこで間，息の切れ目があるかないかで	9
(3)	意識する	6
(4)	長くなったら打つ	5
(5)	主語のあとに	4
(6)	一度書いてから，もう一度よみなおして，読点のおかしいところはなおすようにしている	3
(7)	「わりあい意識的であるが，始めの下書きの時は，頭にうかぶままをさっさと書くので，読点にはほとんど無意識である。けれども，清書となると，読む人がどうとるかが気になってどうつけたらよいかを考える。とくに修飾句が多くて長い文になったとき気になる」	2
(8)	「接続詞のかわりにうつ時が多い。また自分の考えが切れた時によく使う」	2
(9)	「気持のうつり変わってゆく過程をそのまま文体にしていくという傾向があるためと，自分では思っている	1

⑽	「中学時代はそんなにむずかしいものも読まなかったし，一度読めば意味がわかる場合が多かったので，読点は気にしていなかった。最近は本を読んでいて意味がむずかしくなって，読みかえしたりすると，だいぶん読点が目につくようになって，書くときも意識する」	1
⑾	「私の文書は，ともすると修飾語が長くてダラダラしたものになりがちである。そのため文をできるだけ短くて歯切れよくしようと努力しているからたいへん意識的です」	1
⑿	「打ちたいところに打つ」	1
⒀	「創作の文を書くときはとても意識的になる。とくにこれによって文全体のムードに変化があるので」	1

(b) 無意識的

⑴	意識しない	30
⑵	無意識でも適当にうってあってむちゃくちゃではない	1
⑶	ほとんど息を入れるようなところで無意識的に	1

（結果の考察）

⑴ 「読むとき」の場合よりは，相当の関心度をもっているといえる。

⑵ 「字数制限の答案を書くとき」といった回答については，作文や国語の答案だけでなく，他教科の記述体の答案作成上の注意などが関心をよびおこしているとみられ，こういったことも，今後の問題として捨てきれないものがある。

⑶ 第１学年のとき，受けた注意をよびおこし回答しているものがあるが，こういった指導の機を指導者は個人的に徹底させる必要を痛感させられる。

⑷ 「読みあやまりをしやすいとき」「筋道をたてて述べたいとき」「意味がとりちがえられるとき」といった回答が比較的多くあることは，論理的な用法への方向での関心が醸成されているものとして，大いに注意したいと思われる。

⑸ 第３学年(a)の⑻に「一年のとき読点が多すぎるといわれて云々」とあるが，「多いといったその基準はいったいどこにあるのだろうか。未解決の問題を潜めているところである。

⑹ 第２学年(a)の⑺においてもわかるごとく，読み手を考える時は客観化しようとし，またそれをしている――この事実を指導者は疎かにしてはいけないと思う。生徒にはこのことを，より論理的に具体化することへの解決法を一歩ずつでも探索したい。

⑺ 第２学年(a)の⑽に「……意味がむずかしくなって，読みかえしたりすると……」とあるが，いったいそれはどんな種類のどんな程度の文章なのであるか。個別的診断など加えるべきであるがこのあたりにも問題点を察知できるような気がする。

（三） 読点のつけ方の理解度調査

。（調査対象） 大阪学芸大学附属高等学校生徒（第２学年および第３学年）

。（調査方法） 別紙の問題について解答させた。（所与時間は20分としたが両学年ともやや不足であった。

別紙の問題は永野賢・林巨樹両氏の示しておられるものを手がかりとして作成したものである。

。（調査期日）　　第２学年　　昭和40年７月５日

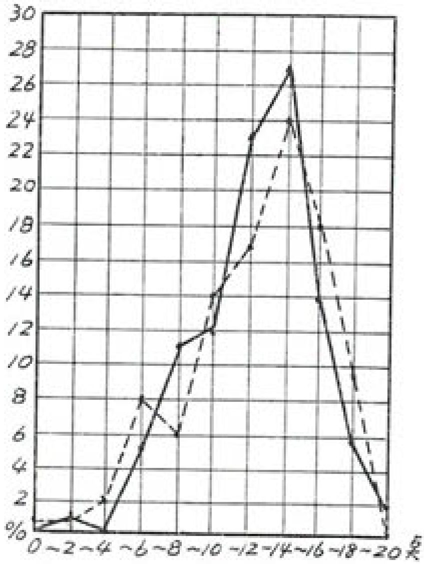
　　　　　　　　　第３学年　　昭和40年７月15日

。（調査後の処理）受験者全員の解答を20点満点として採点した。

。（調査結果）

学年別得点分布表

	20点	～18	～16	～14	～12	～10	～8	～6	～4	～2	～0	
二	1	13	25	34	24	20	8	12	3	1	1	142名
	0.7	9	18	24	17	14	6	8	2	0.7	0.7	%
年	——→		(69)		←—							
三	2	7	17	33	28	15	14	6	0	1	0	123名
	1.6	5.6	14	27	23	12	11	5		0.8		%
年	——→		(71)		←—							



（参　考）　　　　第２学年の各問における誤答数（10人以上のものについて）

(ア)		(イ)	(ウ)	(エ)			(オ)	(カ)	(キ)	(ク)	(ケ)	(コ)			(サ)	(シ)
(3)	(8)	なし	(1)	(15)	(8)	(2)	(4)	なし	(7)	(1)	(12)	(13)	(15)	(6)	なし	なし
15名	15		12	18	17	13	12		14	11	20	23	16	10		

(ス)		(セ)	(ソ)	(タ)		(チ)				(ツ)		
(15)	(19)	なし	なし	(19)	(14)	(16)	(4)	(15)	(9)	(12)	(11)	(20)
21	13			39	31	95	40	23	12	21	18	13

（結果の考察）

(1) 第３学年で60%以上を確保しているもの71%

第２学年で60%以上を確保しているもの69%で学年差はほとんど認められず，読点基準樹立へのむずかしさが生徒へも反映しているといえるが，このような問い方をした場合，60%以上確保するものが71〜69%あることは，平素の指導が至難であるとはいえないと考えるから，文法的指導との関連において，いつ・どこで・どのように指導するか，指導の強化を考えていきたい。

(2) 前記両氏のものにより，急ぎ作成したため，例文などに検討の余地のあるところは是正していきたいが，文法上の概念規定の教え方の徹底などにおいて，理解と表現に役だつ知識たらしめなければならないと思われる。(オ) (カ) (サ) (ソ) などは，誤答数が散発的であったのはどうしたことであろうか。たとえ時間不足であったとしても，説明語句の理解のしかたに不十分なものが感ぜられる。

(3) (コ)の間投助詞については，第２学年では古典文法の助詞は未学習であって，口語文法の学習のまだ身についていないことを明らかに表わしていると考えてよいと思う。

（問題）右欄の一をつけた読点（，）は，左欄のどの説明に相当しますか，解答欄に番号を入れなさい。ただし(ア)は三つはいります。

（　　）組（　　）番（　　　　　　　　　　）

(一) 一文中に対等の語句がある場合

(ア)重文（＝ひとつの文において主・述の関係にある文節または連文節をふくんだ連文節が対等の関係で二回以上現われるもの）のとき。

(イ)(ア)の場合において，文が終わる形をとっていても，文意が下に続く場合も。

(ウ)述語が二つ以上の場合。

(エ)語句が並列している場合。

(二) 叙述に対する限定や条件を表わす場合

(オ)限定や条件を表わす前おきの文のあと。

(カ)限定や条件などを表わす文を主文の間にはさむ場合，はさんだ文の前とあと。

(三) 文の主題を示す語句，提示語（＝文中の成分である語を強めるために普通の位置からとり出した独立語），感動詞，間投助詞を伴う句のあと

(1) 文法とは，語から文節を構成し，文節から文を構成する際の法則である。

(2) 海は青く，風はさわやかだった。

(3) 犬が追いかけてきたので，ぼくは走って逃げた。

(4) 科学的な，眼球運動の実験報告書である。

(5) どうしたんだ，いまごろ。

(6) すると，門がぱっと開いた。

(7) 十一月三日，この日を「文化の日」といいます。

(8) 父も喜んだ，母も喜んだ。

(9) 東に川，南に森，西に山をひかえた土地。

(10) ぼくは，犬が追いかけてきたので，走って逃げた。

(11) かれは食事をすませ，ふたたび勉強を続けた。

(12) あたしね，あした海へ行くのよ。

(13) おお，寒い。

(14) 二，三日中にうかがいます。

(15) カーン，カーン，カーン，と，鐘が鳴

(キ)主題となる語のあと。
(ク)提示語。
(ケ)感動詞，呼びかけ，応答などのことばのあと。
(コ)間投助詞のあと。

(四) 文のはじめにくる接続詞，副詞のあと

(サ)接続詞・副詞のあと。
(シ)接続詞を文の中にはさむ場合は，その前後にうつ。

(五)(ス) 語句をへだてる修飾句のあと

(六)(セ) 倒置表現の場合

(七)(ソ) 引用符を用いないで，会話や引用を示す

(八)(タ) 論理上読みあやまりや読みにくさを避けようとするとき

(九)(チ) 表記上，読みあやまりを避けようとするとき

(十)(ツ) 息の切れめや読みの間（マ）のところに

った。
(16) 刑事は血まみれになって，＿逃げる男を追いかけた。
(17) それは，＿しかし，＿問題だね。
(18) 彼女は，もうあきらめたわ，＿といっていた。
(19) 人口は，自然，＿増加の傾向をたどった。
(20) 構内に，＿はいれないようにしてある。

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ	チ			ツ

（四） 読解指導との関連および今後の問題点

次に読解指導との関連で少しばかりの問題点を記述してみたいが，いちおうの基準といったことは作文指導において，消極的なものかもしれないがこれの徹底を期したく，むしろ大きい難問題と思われるのは読解とのかかわりである。

(A) ちょっと，大きなものを動かしたりすると，すぐ額が汗ばんで，熱いくらいだ。
（問い）「ちょっと」の下の読点の有無で，一文の意味がどのように変ってくるか。
（32京大）

(B) 文章の難易は，ことばの選択よりも，句読点の使いかたに負うところが多い。最近の文章の中からでも，句読点の使いかたを誤ったために，意味が通りにくくなった

例が，いくらでもあげられる。
たとえば，こんなのがある。世界の自動車の台数についての解説の一節である。
「世界の台数は8847万台でアメリカの5862万台が2位，イギリスの422万台をぐんと引き離している。」（例文）
これは，世界における自動車の総数をあげ，その中でアメリカが1位を占めていることをいおうとしたのだから，たとえ紙面の経済上，点を打つのを最少限にとどめるとしても，もっと別な位置でなければ，よく意味が通じない。
（問い）右の例文について，点を最少限二つにとどめるとして，どう打ち直したらよいか。打ち直した点のすぐ上の三字をあげて示せ。（34東教大）

(A)と(B)二問題についての解答結果は，下のとおりである。

	受験者数	正解者数	（%）	学　年
(A)	127	108	（84）	Ⅲ
(B)	127	109	（86）	Ⅲ
	142	115	（81）	Ⅱ

(C)

次にあげる文章（(1)〜(4)）の読点の打ち方を考えてみた場合，それぞれの筆者はどんな考え方，意図で読点をつけたといえるでしょうか。

(1) しかも，その行動は，①一方からは歴史的社会的に制約されている，と同時に，社会に働きかけ自からの歴史を創る。

注―とくに①の読点について考えてみること。

(2) 教室に，はいれない。

(3) 空や，木々の葉を光らせている冷たい，①硝子戸にも，そうして広い，しんとした部屋部屋にも，何処にも苦しみの影はなかった。

注―とくに①の読点について考えてみること。

(4) 木谷上等兵が二年の刑を終って陸軍刑務所から自分の中隊にかえってきたとき，部隊の様子は彼が部隊本部経理室の使役兵として勤務中に逮捕され憲兵につれられて師団司令部軍法会議に向ったときとは全く変ってしまっていた。

(C)の問題についての解答結果は，下のとおりである。

	受験者数	正解者数	（%）	学　年
(1)	127	66	（52）	Ⅲ
	142	53	（37）	Ⅱ
(2)	127	67	（53）	Ⅲ
	142	71	（50）	Ⅱ

(C)の(1)について

①のつけ方の合理性が理解できるかどうか，①の読点に重点をおいてたずねてみた。たとえて「『行動は』という主語に対する述部がその下にふたつあるので，その主語がすぐ下だけの述部

にかかるものでないことを①のテンで示している。」といったものを正解としてみた場合の結果である。

第２学年については，ただ「主語を明確にするため」式の解答が多く，よりじゅうぶんなという点で，第３学年の解答表現との間に差を認めなくてはならない。

(C)の(2)について

むしろ，中学校生徒の方が好結果を示すのではなかろうか。表記上の読み誤りを避けようとしてつけた場合であるが，高校生になっては「入る（はいる）」が音訓表に認められていない訓であるといったことは おかまいなしに，従って，とまどいをしていたというのが実状で，これを「強調」などと苦しまぎれの解答をしているものが多かったのである。

(C)の(3)について

第３学年127名中，ほぼ同一内容の解答が５名以上に達しているのを列記すると，

解　　答　　内　　容	人　数
。「冷たさ」を強調したかった。	41
。無　　答	36
。「冷たい」は「硝子戸」だけでなく「部屋部屋」にもかかる	15
。解答内容のくみとりにくいもの	11
。「冷たい」と「広い」との対立を強くし，対等におくことによって二つのものの様態を明確にしている。	5

(C)の(4)について

第３学年127名中，ほぼ同一内容の解答が５名以上に達しているのを列記すると，
（「　」のものは生徒の表現そのままを引用した）

解　　答　　内　　容	人　数
。「言わんとするところは「変ってしまっていた」ということであり，それがどういう時に変っていたかというのが，「かえってきたとき」なのである。」	39
。無　　答	30
。「読点以下は，一気に読んで十分意味がわかり，文章が散漫にならない。すらすらと読み終えてもらう方がわかりやすいと考えたから」	19
。解答内容のくみとりにくいもの	16
。「主従的な関係を「かえってきたとき」ではっきりさせるためで，読点以前はそれ以下の導入部分」	7
。「読点の上は木谷上等兵についてであり，それより下は部隊の様子であるから，内容の異る二つのことをはっきり区別するため」	6

(D) 〔例〕

①野山に　②まじりて　③竹を　④取りつつ，　⑤よろづの　⑥ことに　⑦つかひけり。

（竹取物語）

という文を，右のように七つの部分（文節）に分けて，それぞれの「かかりうけ関係」を調べると，次のようになっている。①が②にかかって，①②全体でひとまとまりになり，③が④にかかって，③④全体でひとまとまりになっている。そうしてさらに，①②全体が③④全体にかかって，①②③④全体でより大きいひとまとまりになっている。そしてまた，⑤が⑥にかかって，⑤⑥全体でひとまとまりになり，さらに⑤⑥全体が⑦にかかって，⑤⑥⑦全体でより大きいひとまとまりになっている。そのような「かかりうけ関係」でまとまった①②③④全体が，⑤⑥⑦全体にかかって，①②③④⑤⑥⑦全体で一つの文ができあがっている。

したがって，このような「かかりうけ関係」にもとづいて，この文を二分するように読点（，）を一つ打つとすれば，④「取りつつ」の後に打つのが適当であるということになる。このような方法で，以下の文を二分するには，それぞれ，どの部分の後に読点を打てばよいか。例に従って，「分かち書きされた部分」（文節）を取り出し，解答欄に記入しなさい。

(3) 賢明な　男の　人は　女が　一番　求めて　いるのは　独立で　あって　しかも　女自身では　表現する　ことが　できない　自分が　いま　求めて　いる　ものは　何で　あるかと　いう　ことを　自分の　問題と　して　はっきり　世の中に　訴える　力　実行して　解決して　いく　力を　持って　いない　その　気風を　非常に　よく　理解して　いたと　いう　ことが　わかります。

（宮本百合子「幸福について」）

(4) （「放浪記」は，林芙美子の存在を象徴する作品でしょう。）幼時の　回想から　始まる　この　手記は　だいたい　彼女が　十八歳から　二十五歳くらいまでの　間　近松秋江の　家での　女中奉公を　ふりだしに　セルロイド女工　株屋の　店員　毛糸屋の　売子　女給　筆耕　夜店商人など　あらゆる　職業を　転転と　しながら　東京の　どん底生活を　なめつくし　一方では　詩や　童話を　書きはじめて　いた　時代の　体験を　ところどころに　自作の　詩を　はさんで　自由な　日記体に　書きとめた　もので　そこには　飢えや　屈辱に　たえず　さらされながら　それに　体ごと　ぶつかる　ことで　反撥し　心に　ほとんど　生理的な　美への　憧れを　持ち続ける　若さに　溢れた　ひとりの　女性の　心と　肉体の　動きが　荒っぽいが　正確で　生生しい　タッチで　描かれて　います。

（中村光夫「林芙美子文学入門」）

（注）冒頭の（　）内の文は，解答の対象ではない。

(例)部分(文節)	(3)	(4)
取りつつ		

（40　大阪学大）

(D)の問題についての解答結果は下のとおりである。

	受験者数	正解者数	(%)	学　年
(3)	130	38	(29)	Ⅲ
	144	10	(7)	Ⅱ
(4)	130	109	(84)	Ⅲ
	144	104	(72)	Ⅱ

かかる示唆多い問題に接して，表題との関連において管見をしるしてみたい。

私は「読解指導」を先ずなによりも文章内容の読みとりと考え，客体としての文章内容を先ずそのままに読みこなし中味をつかむことと考えたい。すなわち，右をむいて書いてあるならば，先ず右をむいて読みとることがたいせつであろう。このことが言うは易くしてなかなかむずかしく，また，国語教育においても依然として問題を残しているところであると思う。

とりわけ，論理的な文章を読むことの理論，方法の樹立を考えなければと思う。客体的な文章内容を，読むものを基準にして自分にとり入れようとして読むいわゆる主体的な読みとり以前に，われわれには，それ以前の読むことの基礎力（＝読解力）に未解決のものがあることを知りたいと考える。

ここにおいて，高等学校の段階において，生徒のすでに動いている車輪の読解力をより高度に組織化，体系化するのにはどうしていくべきか，とくに論理性をもった文章への科学的な学習方法を考えつづけていきたいのである。

この場合，読解指導での内容把握のとき，読点への認識をきわめていくこともたいせつであり，ひいては，文章機構の解読に際して，当然読点意識の働きかけが，その論理性の場面で役立ち得るようなことに発展させたいと考える。

読解の手始めには，全文の大きな区別が行なわれるわけであるが，(3)の正答が意外に低率であるのはどうしたことであろうか。「読みの力の不徹底を救うためには，まず文章に返れという。これは基本的要求である。この要求の中心は，文章における部分と部分との関係づけということである。文章は部分と部分との「統一」「関連」「強調」からできている。」（倉沢栄吉氏——「読解と文法」）ということを考えていかなければならない。そして(3)の本文の場合，たとえば段階的に

① 「賢明な　男の人」は，どうしたというのか。

② 本文末は「ことが」「わかります。」というくみたてであるが，この「こと」は本文中どこからどこまでを受けているのか。

とせめていき，**大分水嶺を発見させ**，分析から総合におもむかせる。わけられた部分部分がひとつにつなぎあわされる。(3)の本文は「ことが」の一点でひとまとめにされ，引き上げられている。(3)の本文の体系は，ここでしまりがつけられており，部分間の相関関係は，ここに凝固されている。この文章内容の読みとりは，ここに錐をうちたてるべきであろう。こういった意味で，この出題の方針は，現場における読解指導に対して示唆に富んだものと思われるのである。

以上の様なことをふまえつつ，さらに実態調査を重ねながら前進をめざしたいが，読解，表現における「正確さ」への意識の喚起の中に，句読法の先ずなによりの論理的な使用を位置づけさせ得るように文および文章それ自体についての研究を推進し，コミュニケーションを円滑にすることへの関心をむけさせるとともに，われわれとしても，文章を文法の対象としてとりあげる場

合，表記法なかんずく読点の問題もその一翼を大いに荷なうことを改めて確認したい。そして基本的能力を基本的教材でもってどの段階でどのように指導すべきか，理解力のうら返しとして表現力の可能性などへの追究を考えねばならないと痛感する次第である。しかも現行教科書自体の読点に対するじゅうぶんな配慮のある改善をも望みつつ文章機構の解説を拡充して考えねばならぬ面のあることを付記して本稿をひとまず閉じたい。

なおこの問題点をまとめるに当たって土部弘先生から多大の御指導を得たことを記して感謝の意を表するものである。

地誌学習の問題点（第6報）

――中京地域を中心とした二，三の問題――

安　井　　司

1. はじめに

明治百年ということばがはやっている。その明治の初め頃，日本経済は農業を中心（食糧農産物中心）としてなりたっていた。明治7年における農林水産物の生産額は，総生産額の70％をしめており，しかも農林水産物の69％が米・麦・雑穀であったことは，これをよく物語っている。その後，工業化がすすみ，都市化が進展するにつれて，日本経済は拡大をとげ，各地域の経済状況はいちじるしい変貌をとげるようになった。とくに，戦後20年にわたる経済の成長は変化のスピードがいちじるしい。

地理は，その地方の人々の生活を明らかにしようとしているものである。新しい地誌学習は，その地域の人間生活を浮き彫りするよう心掛けることがたいせつである。戦後20年の経済復興，経済成長によって，地域がどのように変わったか，またその変化に伴なってどんな経済上・社会上の問題がひき起されているか，わが国経済の2大中心地として発展してきた東京（関東）と大阪（近畿）にはさまれた中京地域を例にとって，地域における変貌とその問題点のいくつかを考えてみたい。

2. 漸移地帯としての中京の発展

中部地方は自然面でも歴史的にも東西日本の境界地域をなしている。

(1) 糸魚川・静岡構造線

日本列島のうち，東北日本は太平洋に，西南日本は日本海にそれぞれ凸面をむけており，東北日本と西南日本には地質的にかなり異なった特徴がみられる。この東西日本を大きく2つにわける境界線が矢部長克の命名したフォッサ・マグナの西縁をかぎる糸魚川・静岡構造線で，日本海岸の糸魚川市から姫川にそい，松本盆地→諏訪盆地の西縁を経て富士見峠→富士川の支流早川にそって南の静岡にいたっている。東北日本には第3紀の山地が多いのに対し，西南日本は中生代以前や花崗岩などの深成岩の山地が卓越している。

(2) 江戸・大坂の商圏の競合地

徳川家康による天下統一，そして徳川封建体制の確立に伴ない，政治の中心である幕府が江戸に移されると，西の「京・大坂」，東の「江戸」の2つの政治・経済・文化の中心にはさまれたこの地方には，それまでの絹布・麻織物・陶器・刃物・和紙などの生産に加えて，小千谷の麻布，佐久地方の紬，甲斐絹，三河木綿，三条・燕付近の金物などの伝統的手工業が栄え，消費財生産地帯として発展するとともに，**東西商圏の競合地**となった。中京がのびてきた現在でも，東西商圏の競合地としての性格がみられる。昭和39年7月から10月にかけての名古屋商工会議所の調査（主要18都市における12品目について）によると，中部地方における東京・大阪・名古屋商品の流通状態は，次のようである。卸し売り業は大阪24％，東京22％，名古屋22％，小売り業は，名古屋・東京いずれも28％，大阪20％となっている。三都市の商品がもっとも競合状態にあるのは，浜松・清水・金沢である。

(3) 中京の発展

明治維新以後，産業革命を経て大工場制工業がおこり，大都市そのものが生産現場となるや，中部地方の経済的立場は一変し，名古屋は東京・大阪に対する強力な競争相手となっていった。日露戦争から第1次世界大戦までに基礎を確立したわが国の工業は，第1次世界大戦以後，さらに生産力を飛躍的に発展させ，もっともはなやかな時代を現出した。この時期は，名古屋の工業が飛躍的に発展した時期でもあった。ただ，この時期の発展は，地元資本の成長ではなく，東京・大阪両資本の進出によるものであった。

その後満州事変→日華事変→太平洋戦争へと進展するにつれ，名古屋の工業は軽工業から重化学工業に転換し，航空機生産を中心とする軍需産業都市へと変化していった。しかし，戦局はしだいに不利となり，空襲によって市内はほとんど壊滅して，ついに昭和20年8月を迎えた。惨めな敗戦にうちひしがれ，虚脱状態から抜けでた名古屋は，空前の繊維ブームにのってスタートするとともに，平和産業にきり替えられた機械工業も発展した。こうして，名古屋を中心とする中京工業地帯は，四大工業地帯の一つとして，北九州工業地帯をおいぬいて，第3位の工業生産高を示すようになった。

地域経済の構造変化を示す基本的な指標の一つは人口の動きである。いま，第10回国勢調査（昭和40年10月1日施行）による都道府県人口の昭和35年との増減率を示すと，下のようになる。ブロック別にまとめると，関東（茨城・栃木・群馬・埼玉・千葉・東京・神奈川），東海（静岡・愛知・三重），近畿（滋賀・京都・大阪・奈良・和歌山・兵庫）などがふえ，他はブロックとしてはまとまった増減を示していない。これは，関東臨海から東海を経て近畿臨海にいたる太平洋ベルト地域に経済活動が集中したことを示している。

増加率の大きい都府県			減少率の大きい府県		
1	神奈川	28.7%	1	島根	7.6%
2	埼玉	24.0	2	佐賀	7.5
3	大阪	20.9	3	長崎	6.8
4	千葉	17.2	4	鹿児島	5.6
5	**愛知**	14.1	5	高知	4.9
6	東京	12.2	6	宮崎	4.8
7	兵庫	10.3	7	熊本	4.6
8	静岡	5.7	8	山形	4.4
9	奈良	5.7	9	大分	4.2
10	京都	5.5	10	秋田	4.2

また，昭和10年を100とする昭和33年の中京・京浜・阪神工業地帯の経済伸長率をみると，下の表のようになり，中京工業地帯のすばらしい発展がうかがえる。

3. 中京工業地帯

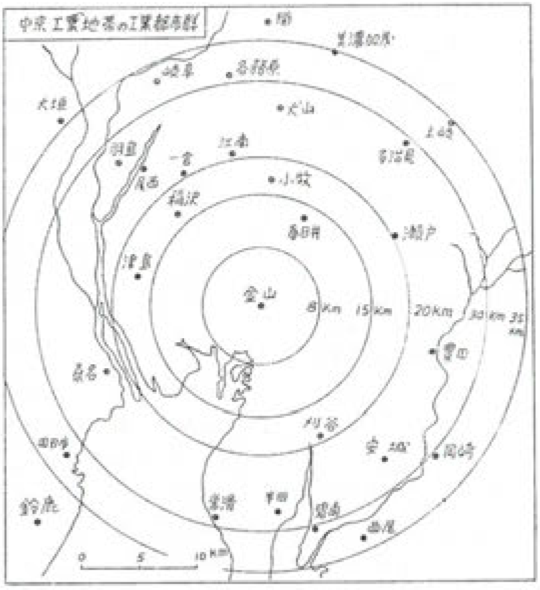
(1) そのひろがり

	中京	京浜	阪神	全国
手形交換高	**446.2**	294.5	159.7	255.3
工業出荷高	**130.9**	114.0	71.4	90.8
輸出高	**219.1**	95.7	55.2	95.9
輸入高	**260.7**	229.3	167.7	216.3

名古屋が100万都市として都市化を活潑にしたのは昭和10年以降で（名古屋の人口が100万を突破したのは昭和9年である），その後戦争で一時59万人に激減した。戦後，都市という有機体において，街路網はその動脈にあたるとの基本構想にもとづき，防火・交通緩和・緑化の3つの意味をもたせた幅100mのパーク・ウェイが計画され，さらに幅50～20mの幹線道路48本，20～10mの補助幹線道路92本，延べ距離にして645㎞の都市計画道路が棋子状に設けられ，理想的な都市計画が実施された。一方，昭和36年度を初年度とする名古屋港整備10カ年計画が立案され，高潮防波堤の建設，大型船入港のための航路や碇泊地の拡張，埠頭の新設，運河の整備，船溜の拡張，上

屋の改善，荷役の機械化，臨港鉄道の敷設など貿易港の整備拡張にも意を用い，あわせて港の泊地を浚渫した土砂で埋立地を造成し，臨海工業地帯の発展がすすめられた。こうして発展してきた名古屋は，昭和30年には約130万人の人口であったが，昭和40年には1,935,430人（10月1日施行の国勢調査による）となり，その周辺にある春日井・小牧・豊田なども昭和35年から5年間に20%以上も人口がふえている。

中京工業地帯のひろがりをみる場合，名古屋の人口重心金山橋駅を中心として，大体8Kmの範囲が中京工業圏の中心都市名古屋の市街地化した地域にあたる。名古屋市内の工場その他の職域に通勤する従業員の通勤距離をみると，都心から20Km圏までから53%，20～30Km圏が33%となり，30Km圏内からの通勤は86%となる。このような観点から，そのひろがりを30～35Km圏内とすると，下図のような衛星都市がその範囲にふくまれることになる。中京工業地帯は，愛知県の大部分，岐阜県南部と三重県北部をふくむ地域をそのひろがりとする。



(2) **歴史的発展**

中京工業地帯の産業発展は，もともと内陸地帯における軽工業に端を発している。

ア．瀬戸・多治見の陶磁器業

瀬戸地方は，12世紀以来窯業が立地していたが，17世紀初め以来尾張藩主の保護のもとに専業化され，同時に東濃へ発展して多くの窯が開かれ，多治見・土岐・瑞浪・笠原などの陶業地が発達した。18世紀後半，有田で磁器の生産が進んできたので販路が圧迫された。そこで研究の結果，蛙目（がいろめ）粘土，石粉を木節粘土に配合して独自の磁器の生産に成功した。東日本で陶磁器のことを瀬戸物とよばれるごとく，瀬戸の地名がそのまま製品の代名詞になっている。このように歴史的集積度のある工業である。経営規模は29人以下の小工場が90%を占める。

イ．尾西・尾北・津島などの機業

尾西地方は，織田信長が清洲によった頃から繊維生産（はじめは絹）が始まり，江戸時代綿作が進むにつれて，綿織物生産へと移っていった。明治の末になって若尺セルの考案から毛織物生産に転換し，第1次世界大戦後電力化につれて手織機より力織機が多くなり，家内工業から工場制工業へと発展していった。このように農村工業を基盤としたものが，しだいに都市へと集中していったが，その規模の零細性からは脱却できず，織機5台以下の小企業が大部分をしめている。現在は，**一宮市とそれに接続する尾西市，木曽川町**は一連の毛織物工業地帯（一宮は綿若尺時代に比較的高級な柄物をつくっていたから，柄物の服地中心）で，綿・スフ織物工業地帯を重複させ，東の**江南**へすすむほど綿・スフ・人絹織物の比率が高くなり，南の**津島**（ここは単純な無地物中心）へいくほど，毛織物単一地域となっている。1964年の毛織物・綿織物の府県別生産高の比率は，次の表の通りである。これらの機業都市

は，機業の占拠率が高く，繊維類の出荷高が，それぞれの市の全工業製品出荷高の一宮95％，津島90％，尾西99％，江南71％を占めている。このような構造では，それぞれの都市の発展は機業の消長に左右され，労働力の吸収力が弱まり，また名古屋の発展につれて地方商業都市としての機能を失ないつつあるので，今後の発展方向は吟味される必要がある。

毛	織	物	綿	織	物
1	**愛知**	**39.1％**	**1**	**愛知**	**26.6％**
2	岐阜	13.5	2	大阪	19.1
3	静岡	4.4	3	静岡	11.5
4	三重	2.8	4	兵庫	9.2
5	大阪	2.5	5	岡山	3.8
全国		350百万m^3	全国		2,965百万m^3

ウ．西尾・岡崎のガラ紡

ガラ紡とは，明治10年臥雲辰致が発明した紡績機で，直径4.5㎝，長さ24㎝のブリキの筒に原綿を入れ，筒を回転させることによって撚りをかけ，上方にまきとる工程で，沧の水車による**山のガラ紡**と，矢作川河口の船内の水車による**平野のガラ紡**とにわかれており，初めは地綿を利用して三河木綿の横糸を紡いでいたが，現在は，裁断屑やボロ綿をはじいた再生粗悪綿を使って綿毛布・絨氈・帆前掛などの糸を紡いでいる。戦時中は再生綿の重要性が増大し，ガラ紡工業の発展期であったが，外綿の輸入とともに苦難時代がはじまり，化繊や綿に転換するものが多い。業者の大半が問屋下請で，その半数は農家の兼業となっており，規模も1,000錘以下がほとんどである。このような前近代的な生産性の低さから，景気の変動による浮沈はきわめて大きい。

エ．関の刃物工業

14～15世紀，関物として知られていた刀剣の関では，明治以後実用的な家庭刃物の生産にかわり，さらに時代の波に押されて，**ポケットナイフ・安全かみそりの替え刃**などをつくっている。これらのうち，後者は全国生産の60％をしめ，機械化された近代的設備の工場でつくられているのに対し，全国生産の90％以上をしめる前者は，従業員1～2人程度の零細な家内工業的なものがその大部分をしめている。

さて，ここにあげた以外，まだいくつもの例がみられるが，いずれも伝統的な産業であり，全国的にみても市場では相当大きな力をもち，また中小企業による経営などの特色をもったものである。

これらのうち，繊維はその代表であり，**繊維・陶磁器・木材を中心とする消費財工業**が，かっての中京工業地帯の中心産業の1つであった。

内陸工業地帯のもう1本の柱は**機械工業**である。この地方の機械工業は，明治の中頃豊田機械・日本車輌などにより始まり，大きく発展したのは造兵廠設立の明治末以来である。やがて大正の中期頃から航空機生産が始まり，それに関連ある下請の機械工業がつぎつぎと成立し，日本のクルップとまでいわれる軍需産業都市となった。しかし，敗戦の結果，平和産業にきりかえられ，ミシン・紡織機・スクーター・自動車などの生産に専念するようになった。一般機械と輸送用機械が多く，ことにその代表は，豊田の自動車工業である。

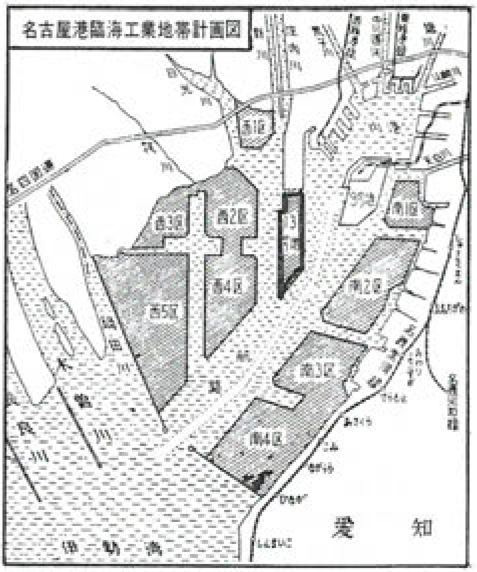
オ．豊田の自動車工業

自動車工業の前身は大正15年刈谷で始めた自動織機の製造で，昭和8年自動車の製造にふみきった。そして，昭和13年，矢作川西岸の第3紀台地上に，坪50銭の安価で190haの土地を購入し，日本のデトロイトを建設する計画が進められた。自動車工場を核心として，住宅・病院・マーケット・学校・図書館・グラウンドなどが建設され，これに伴ない警察・郵便局

・駅・商店・一般民家もふえ，一大工場街が出現した。当初は，4,800人，月産400台前後でスタートしたものが，現在では合理化，近代化が進められ，月産4万台の生産を誇っている。この産業の大きい特色は親工場を中心にその周辺に大規模な関連工場と協力工場をもっていることで，外注の原材料が3日以上保管されることがなく漸次流れていくので，工場内には倉庫が目立って少ない。

さて，貿易の自由化に伴ない，自動車はその生産費を切り下げて外車の攻勢に太刀打ちしなければならない。そのため，各種部品の協力工場を一つの生産グループとして結合し，全国に散らばっている協力工場を本社工場の近くに集め，トヨタ自動車の一大衛星地帯の造成につとめている。しかし，このような急速な工場集積は，短期間に集中的に労働人口を吸引しなければならず，付近の農家は農業よりも収入がよいというので，長男から世帯主まで次々に賃金労働者として工場に雇われ，通勤農家が急増し，農業生産に大きな影響を与えている。

以上みたような内陸地帯の工業の発展と相呼応して，重化学工業を加えた生産財工業が戦後発展してきた。まずそれは**化学工業**から始められた。すなわち，旧三菱重工業の敷地の一部を買取って，昭和26年につくられた東洋レーヨン工場は，日本のナイロン生産のさきがけをなし，ナイロンの80%を生産している。合成繊維になると化学工業との結びつきが強くなり，東亜合成化学工業とパイプラインで結ばれ，硫安工業の合理化にも大きな寄与をした。これがきっかけとなって，港の泊地を浚渫した土砂で造成された臨海埋立地につぎつぎと工場が建てられた。大型船舶・鉄道車輌・軽車輌（スクーター・オート三輪）・航空機・特殊鋼・軽合金・化学肥料（硫安・過燐酸石灰）・化学繊維・合板・飼料・コークス・薬品（硫酸・塩酸）などの工場と，発電所やガス工場などがたちならび，昭和36年には，軽工業と重化学工業の比率が逆転し，昭和38年には，重化学工業化率が55%（名古屋通産局管内のもの）となり，その様相は一変した。さらに，名古屋港の南部や西部に大規模な埋立地がつくられている。その分布は右の図のようである。



重化学工業化した中京工業地帯の代表は，次の2つである。

カ．銑鋼一貫の製鉄工業

富士製鉄の流れをくむ東海製鉄（愛知県知多郡上野町）は，昭和33年9月設立，35年4月敷地の埋立工事を開始し，39年9月第1高炉が完成して操業を開始した。高炉は内容積2,021m^3，高さ82m，出銑量1日3,500トン，年間生産能力120万トンという世界的にみても最新鋭の設備である。従業者1人当たりの生産量は約430トンで，釜石では労務者約2倍を擁するのに生産量は約½という結果であり，きわめて高性能である。これは，蒸気・電力・ガス・空気・酸素・用水などの管理をオートメ化して集中的に生産を行ない，設備の大型化を全部門にわたって採用しているからである。すなわち，原料岸壁には，7万

7000トンの大型鉱石専用船が接岸でき，1時間1,500トンの荷役能力をもつ機械が備えつけられ，原料は1時間230mの速さで動くベルトコンベアーによって運ばれ，巨大な高炉で出銑された銑鉄は，220トンの大型混銑車で運ばれ，日本最大の酸素上吹転炉で製鋼されている。昭和40年10月より第2高炉の建設に着手し，42年秋には完成の予定である。この工場には，この外に第2冷延，厚板工場の付属設備も設置され，第2高炉完成の後は，薄板の増産と厚板の生産の両方を行なうことになっている。

キ．石油―電力―化学コンビナート

四日市は，第2次世界大戦中海軍の燃料廠として原油を精製・貯蔵していたが，爆撃のため廃墟と化し，繊維原料としての羊毛や綿花の輸入港と万古焼の特産のほか何のとりえもない状態になった。ところが，昭和30年以降の世界的好況を背景に設備投資が活潑に行なわれるようになって以来，わが国にもコンビナート型工業団地の形成がはじまった。幸いにも，占領軍による石油産業禁止令が解け，旧海軍燃料廠基地としての四日市（昭和石油，三菱石油と結合していたシェル石油がこれと結合），岩国（興亜石油），徳山（出光興産）がそれぞれ払い下げられ石油精製基地としてナフサ供給を行ない，それと結びあわせて石油化学工場が建設され，ここに石油化学コンビナートが誕生した。昭和四日市石油は三菱グループよりなる石油化学コンビナートで，昭和33年から操業にはいり，三菱油化・三菱化成・三菱モンサント・四日市合成・日本合成ゴム・中部電力三重火力の各工場がパイプでつながり，その後38年には味の素・三菱江戸川化学・松下電工も参加している。このコンビナートの特色は，①資本的に結合している。②経営陣の人的結合がみられる。③塀や境などなく地理的環境でも結合している。④水・道路・鉄道・岸壁などのほか，電話交換室・診療所・運動場なども共同で，徹底的に合理化され，綿密な計画のもとに生産が進められている。ついで昭和32年の半ば頃から景気は調整段階にはいり，設備投資もしばらく停滞気味になったが，33年半ば頃から緩和政策によって景気は再び回復にむかい，その後36年のピークにいたる高度成長期は，コンビナートの第2段階であった。この計画に加えられたのが，大協石油のグループで，昭和38年11月にコンビナートとしての操業を開始した。このコンビナートは，大協石油・大協和石油化学・中部電力四日市火力・日本合成ゴムのグループで，数年前までは海水浴場であった午起（うまおこし）に建設されたものである。

さて，このような**石油―電力―化学コンビナート**が建設されて大規模な工業地帯に発展したが，これにともなって大気汚染・悪臭などの公害が発生し，大きな社会問題となった。そこで，政府は，昭和38年11月に特別調査団をつくり，翌年3月その報告をうけた。それによると，今までの工業地帯ではすすや炭塵による大気汚染が問題となったのに対し，この地方では，重油を燃料とする大規模な火力発電所をふくむコンビナートから排出される亜硫酸ガスによる大気汚染であることが明らかになり，改めて排気中の亜硫酸ガス防除のための技術開発と，工場・緑地・住宅の適正配置の必要なことが認識された。

今，公害とその対策と考えられるものをあげると，次のようなものがある。

- **海水汚染**→近海魚に悪臭・漁業資源の被害←遠洋漁業基地・水産コンビナートの建設
- **大気汚染**→呼吸器障害・四日市ぜんそく←煤煙規制法・脱硫技術の研究・住宅や公園の改造
- **地下水位低下**→地盤沈下←工業用水道の完成

春が深まるにつれ市民の表情は暗くなる。南東の風に乗って海岸ぞいの石油化学コンビナートの，その煙突がはき出す有害ガスが住民に襲いかかるからである。ぜんそく患者の多く出るのもこのころである。「肺が裏返しになって口から飛出しそうな」そんなすさまじい発作にとりつかれたある漁民が，死体の灰がぜんそくにきくと聞かされ，火葬場でもらって飲んだとい

四　日　市　工　業　地　帯

四日市の石油コンビナート

う。むろんなおりはしなかった。こういう患者は，梅雨期を迎えると，いっそう激しい苦痛を訴える。死亡率は昭和37年から上向きはじめている。しかも一方では硫化物の降下がふえ，周辺部にまで汚染がひろがっている。四日市市当局は一応きめ細かい対策を進めているが，工場の新・増設がつづく限り，拡散一途をたどる大気汚染から四日市を守るのは，市独自の力では不可能といえる。石油にふくまれている硫黄分を除く脱硫技術が世界的にも未開発なので，今のところ重油をたく火力発電所などは煙突を高くする以外に，有効な防止策がない。現在，硫黄含有率の最も高いアラビア石油のカジフ原油の使用をすすめている通産省では，脱硫装置の開発に乗出すことになり，「日立製作所・東京電力」「三菱重工業・中部電力」がその研究をすすめている。ところが，その開発には数年かかるといわれるので，当分の間は，煙突の高さや工場立地を厳重に規制するなどの対策で，時間かせぎをするほかはないといわれている。公害対策の最大のガンは，防止費用の負担問題である。加害者の企業側は逃げ腰であり，被害者の住民に押しかけられている地方公共団体には財源がない。その上，公害対策をたてる政府機関が，通産・厚生・運輸・農林の各省や科学技術庁などバラバラに行なわれてその解決の障害となっている。こんな状態から考えて，当面の公害対策は，都市計画の確立，平たくいえば，住民の移転に望みを託する以外にないというのが現状である。ところが，この住民の集団疎開も，補償金や移転先の土地確保をめぐって，そう簡単に事柄が運ぶとは思えない。なんとも情ない話である。

(3)　立地の要因と今後の課題

中京工業地帯がここ10年足らずの間に大きな飛躍をとげたが，これは，この地域の立地条件が優れていることに大きな理由があると考えられる。愛知県企業局が，工業用地造成，企業誘

致の参考資料にするため，東京・大阪・名古屋の三証券市場に上場している製造業者1,558社に企業立地傾向のアンケートを行なったが，回答328社のうち，110社は不況ながら土地が必要だと答え，そのうち東海地方４県への進出を望むものは32%で，関東の30%を越してトップにあがっている。そして，立地条件として，①労働力を容易に確保できる。②地価が安い。③幹線道路に近い。④電力事情がよいなどをあげている。これらは，いずれもこの地域の立地要因といえる。

ところで，中京工業地帯は，先にのべたように，内陸地帯の軽工業に端を発し，臨海地帯の重化学工業の発展により，総合工業地帯としての性格をもつようになったのである。このため，今後の課題の第一は，この２つの地帯を有機的に結びつけることであり，同時に，地域内において均衡のとれた合理的配置を考えなければならない。

前者の有機的な結合のため，すでに着工されている**岡多線**は，東海道本線の岡崎を基点として，豊田一瀬戸一多治見（中央本線）を結ぶ鉄道であり，全線61Km，昭和45年秋完成を目ざして瀬戸一春日井一稲沢（東海道本線）を結ぶ瀬戸線とともに工事がすすめられている。この岡多線によって，名古屋を中心とする外郭環状線が形成されることになる。また，道路としては，名古屋市金山を中心に半径15〜20Kmの圏内を通る環状２号線，豊橋の東一渥美湾の臨海部一衣浦湾一知多町一伊勢湾一木曽岬村（名四国道と合流する）を貫ぬく**愛知海道**なども計画されている。さらに，知多半島東岸の武豊と西岸の常滑南部との間5.2Kmに，幅120m，深さ９mの**知多運河**を掘る計画もある。もしこれが実現すれば，名古屋港と四日市港・衣浦港の距離が短縮され，伊勢湾臨海工業地帯と衣浦臨海工業地帯が有機的に結合され，その大量の土砂で衣浦地区や常滑地区の埋め立てができる。衣浦地区には，すでに中山製鋼・川崎製鉄・台糖ファイザー・中部電力・名古屋製糖などが進出しているので，この運河の実現には期待が大きい。

名古屋市港区寛政町から四日市市袋町まで29Kmが**名四国道**であるが，これをさらに東の愛知県豊明町境橋まで17Km延長する工事，中京と関西を最短距離で結ぶ**名阪国道**（亀山一天理間73.3Kmのみ完成，この間は３時間が１時間に短縮された），東京と小牧を結ぶ**東名国道**（東京世田谷一川崎一横浜一厚木一松田一御殿場一沼津一吉原一清水一焼津一菊川一袋井一浜松一三ヵ日一豊川一岡崎一豊田一三好一名古屋一春日井一小牧の345.2Km，東京一厚木間が６車線，厚木一小牧間が４車線，43年中に全区間開通）などもその全線開通が待たれている。ただ名神高速道路の例でみるように，一宮一西宮間の１年間の交通量は12,583,845台で，１日平均31,476台となっているが，その車種別車輌数をみると，普通・小型・軽乗用車・オートバイなどのレジャーや商用のための車が多く，当初の予想であったトラックが，70%の予想を遙かに下回る43%となっており，折角産業道路の動脈としてつくりながら，大型トラックはやはり従来通りの無料国道を走り，交通麻痺や不合理な運送をつづけているようなことのないよう充分計画を綿密にたてなければならない。

名古屋は日本の中心に位置しているけれども，その性格は，現状では中心的ないしは核心的性格をもっているというよりは，日本の二大中心の東京・大阪を結ぶ通過地帯として回廊的性格を多分にもっているといわれている。今後，名古屋が第３の都市として伸びて行くには，中京工業地帯の中核となるべき，第３次産業的な機能を十分具備するよう心掛けることも，今後の一つの課題であろう。

4. 愛知用水

(1) 畑地開発のための用水路

濃尾平野の東部から知多半島の南部まで，南北78Km，東西の最大幅25Kmの帯広い地域は，これまでため池（約13,000個にのぼるといわれていた）に依存していた。この地域は起伏の多い丘陵地で，知多郡のため池密度は51.4%にも達していた。ところが，ため池でさえ連日日でり

がつづくと（降雨分布が偏よっているため，30日以上の干天が連続する年もある），再び貯溜することがむずかしいとされていた。そこでこの台地開発のため，昭和30年10月，愛知用水公団が発足し，昭和32年11月から昭和36年９月まで約４年の月日をかけて建設されたのが愛知用水で，昭和37年５月１日全面通水に成功した。

この愛知用水は，世界銀行から融資をうけ，ＭＳＡ援助による合衆国余剰農産物の売上金が78％をしめる総額423億円で着工した。これは，過去の明治用水・安積疎水・磐田用水などの水田造成とちがって，畑地開発を基本線としたアメリカの技術導入や農業開発の構想を反映せしめる意図のもとで，木曽川水系の水資源を農業開発・都市上水・工業用水・発電の４部門にわたり総合的に開発することをねらいにしている。

⑵　愛知用水メモ

用水路建設計画

ア．源　　流

長野県西筑摩郡王滝村と同郡三岳村にまたがる木曽川の支流王滝川の中流に，ロックフィルダムの牧尾ダムを造って川を締め切り，ここに総貯水量7,500万トンの御岳湖をつくった。

イ．取水口

牧尾ダム→王滝発電所→木曽川→15の既設発電所→兼山取水口。

ウ．水　　路

取水口から知多半島の南端まで，幹線水路は112Km，支線水路は1,315Km，送水管は800Km。

エ．1962年の水利用量

- 農業用水…年11,130万トン
- 工業用水…年11,600万トン
- 上水道…年2,316万トン
- 発電…毎時13,294万kl（三尾発電所および既設の発電所の分をふくむ）

オ．経済効果（農業面）

水田13,541.3ha，畑地7,847.7ha，開田2,121.9ha。米14万石，柑橘1,000万貫，飼料作物1,360万貫，緑肥作物2,470万貫，純益額144,700万円。

⑶　愛知用水の課題

御岳山のふもとから知多半島の南端まで，250Kmの道のりを流れる日本最大の人工の川は，広大な農地をうるおす緑の水であり，豊富な上水を供給するいのちの水である。

ところで，通水がはじまった昭和37年，愛知用水で使われた農業用水は一度も取水限度に達しなかった。愛知用水のねらいは，米とさつまいもしか作れなかった農地に，果樹・野菜などのもうかる作物を栽培してもらうことであったが，現実はそんなに生やさしくその目的は達成されなかった。知多半島の丘陵の奥深く，今までしばしばかんばつに悩やまされていた人々でも，水がきたからといって山あいの貧しい水田は改良が容易でない。適当に雨が降っているときには，高い負担金のいる水はそうありがたくもないと考えている。畑地を潅漑するには，水の負担金のほかに，高い撒水機や送水パイプが必要であり，果樹ならみのるのは４～５年先の

ことである。今までタダの水を使いなれていた農民に，金を出して水を利用することはかなりの決断がいる。しかし，通水後日がたつにつれ，経営規模の拡大，商品作物の増加，機械化の進展への兆しはあらわれている。

ところで，愛知用水の取水量最高毎秒30トンのうち，従来は上水道・工業用水あわせて1.7トンであったのに，1964年7月，岐阜愛知両県知事と愛知用水公団理事長との間に，用水の一部転用の覚え書きがとりかわされ，毎秒3トンに増加することになった。

愛 知 用 水

これは，伊勢湾の内ふところ，知多半島西岸につくられている巨大な臨海工業地帯の工場群の工業用水の需要がふえたからである。先にのべた東海製鉄の冷却水などはその最たるもので，将来1日8.5万トンの工業用水を必要とし，その1割は愛知用水からの供給によるといわれている。

愛知用水は，もともと農業用水として作られたものではあるが，農業用水を軽んじることなく，農業・工業両用水のバランスをとりながら，時勢の進展に応じて使われなければならない。

(4) 東海地方の用水三つ

ア．豊川用水

支線を含めて延長556Km，東部幹線は渥美半島の先端まで（昭和42年春），西部幹線は蒲郡まで（昭和43年6月）通水する。

イ．第2濃尾用水

木曽川の中島郡祖父江馬飼地区に頭首工を設けて取水し，名古屋の上水道をはじめ，岐阜・愛知・三重3県の平野部に送る。昭和41年から本格化する。

ウ．矢作用水

西三河の農業地帯と衣浦臨海工業地帯への通水を目標にして，矢作川に発電・治水にも使う多目的ダムを建設する。

(5) ダム建設のための損失

木曽川には，現在上流より，三浦・牧尾・三尾・常盤・読書・山口・落合・大井・笠置・丸山・兼山・今渡などのダム式，ダム水路式の発電施設のほかに，多くの水路式発電施設があり，ほとんど貯水の連続となっている。愛知用水や豊川用水の作られることによって多くの農地が開発され，工業用水が供給される反面，ダム建設によって，次のような損失を生じていることに心すべきである。

ア．堆砂による電力の損失　局地性豪雨の多い日本の河川には，とくにこのダム埋没が多い。堆砂によって貯水量が減少し，発電量がへる。

イ．上流の河床の上昇→洪水位の上昇→洪水氾濫の増大，河床が上昇する結果，以前におきた洪水の時よりも少ない降水量で氾濫がおこる。

ウ．地下水位の上昇→乾田の湿田化，耕地が湿地化し，桑が枯死する。

エ．下流の河床の低下→農業用水の取り入れに支障がおこる。

オ．下流への砂礫流下の減少→砂利採掘の制約，砂利採掘による河床の低下。

カ．冷水温の害　ダムの貯水は冷水→水稲の成育に障害。

5.　農村での労働力不足

経済の高度成長による労働力需要の増大は，製造工業と農業労働との賃金格差から，多くの農村の働き手を工場，土建業に吸収している。このため，農村では農働力不足の現象があらわれ，省力農業がさかんに研究されている。

(1)　水田裏作放棄

愛知県では，裏作の主力である麦類の栽培を放棄するものが激増し，今では裏作可能地で冬の期間遊休農地が70%に達しているといわれ，最近は，畑作にもこの傾向が出はじめ，とくに野菜供給地域のあと作が減っているのが目立っている。

(2)　航空農業

一方，岐阜県の最南端，海津郡海津町深浜地区では，農業機械化の先端をゆく空からの米づくりの実験田として，空中直播水田の経営を行なっている。この実験田は，7.5haもの広大な田んぼで，ヘリコプターでモミをまいている。この地区は，平均所有面積2.7ha，この町の全農家平均の倍にあたる。機械化は以前から進み，トラクター・運搬用テイラー・動力噴霧機・脱穀機など，たいての機械は持っている。トラクターでの整地，コンバイン（自動刈取り脱穀調整機）での収穫時を除くと，手間はモミや薬剤・肥料などをヘリコプターに積みこむ程度である。だから整地・収穫もふくめて，10aあたり1日8時間労働として，普通の稲作の16～18人に対し，1/8ぐらいの労力ですませている。そして，ヘリコプターでの省力を，トマト・キュウリ・タバコなどの栽培に向け，収入の増加をはかっている。ただ問題は，実収である。この付近の普通作では，10a当たり7俵半であるのに，5俵しかとれなかった。しかし，これにははっきりした原因がつかめている。刈り取りにコンバインを使ったので稲が倒れて利用できなくなってはと，十分実りきらないうちに乾燥剤をまいたからである。この失敗をもとに次の年の7月中旬の稲の成績をみると，茎数は，1平方mで平均680本，背たけも25～26cmあり，10a当たりの収量は悪くても6俵半は間違いないとその成果を大きく買っている。ただ，ヘリコプターを1回利用するには，約2万円必要である。まだ，実験的な段階であるため，予算の半分を県からの補助金でまかなっている。問題は，採算がとれるかどうかである。十分な成果をあげるには，少なくとも50～100haが1単位にならなければといわれている。そのためには，もっと大規模な協同作業が必要である。この空からの米づくりが確立されれば，日本の農業は革命的な飛躍をとげるだろうと考えられている。今まで日本の農業が，人手を惜しみなく投じて限られた土地からできるだけ多くの収穫をあげるのがよいとさてれいたが，これからは，できるだけ少ない労働力で，いかに高い収益をあげるかを目標とするようになっている。

農村の変貌も実に超スピードで進んでいることを明記すべきである。

6.　お わ り に

高度な経済成長をとげている現代社会は，日進月歩の歩みをつづけている。筆者の住んでいる東大阪の一帯も，むかしは湿地帯といわれ，なかなか住宅の発展しないところであった。今から10年余り前に転宅してきたときは，東に生駒の峰が望まれ，我が家の庭がいかにも豪壮な構えのように錯覚して喜んだが，ここ2～3年の住宅の増加ぶりは目に余るものがあり，田んぼはほと

んど見られなくなった上に，通勤電車の混雑は，往復で疲労を倍加させてしまう。これも一つの社会事象の変貌であり，成長であろうが，何かバランスの崩れた発展のように思えてならない。ここにのべたいくつかの例も，そのあらわれであろう。われわれは，そのひずみを十分よく見つめ，より豊かな幸せのある社会をつくりあげるため，より正しく事実を注視していく努力をつづけたいものである。

参考文献

- 伊藤善市・阪本二郎編著　日本経済の新地図　日本放送出版協会
- 冨田嘉郎編　名　古　屋　有　斐　閣
- 　日本の地理4　中部編　岩　波　書　店
- 雑誌地理
- その他

中学校における確率指導 ――その実践報告――

松　宮　哲　夫

Ⅰ　数学教育の現代化と確率指導の現状

数学教育の質的改善，数学教育の現代化が叫ばれてから，すでに久しい。いまや，数学教育界は，めまぐるしく動いている感がひとしお深い。筆者も，数学教育の質的改善の一環として，昭和38年度より，中学校における集合指導および集合の考えを他の分野の教材に積極的に生かすことについて，実践的研究を行なってきた。これらのことについて，昭和40年度には，研究会で発表する機会が7回与えられてきたが（注1），今回は，昭和40年度に実践した「確率指導」について，不十分ながらも，まとめてみようとする。

数学教育の現代化の主眼点の1つは，生徒の考え方を構造化し，数学的な見方・考え方を養う点にある。ところで，数学的な見方・考え方には，ものごとを関数的にみる見方・考え方（決定論的）と確率的・統計的にみる見方・考え方（非決定論的）とがある。

現今では，前者がより強調され，後者がより疎かにされている。特に，確率の考えに至っては，軽視にも甚しいものがある。中学校の初期の段階の生徒でも，確率の考えは，ある程度もっている（注2）にもかかわらず，現在の学習指導要領では，高等学校の最終段階の数ⅡA，数Ⅲにまで，その指導をもち越しているありさまである。問題は，学習指導要領のほかにも，大学入試やわれわれ指導者の意識の中にも存在している。

もとより，生徒が，確率の考えをある程度もっているからといって，ただちに，教育財として成立するものではない。しかし，次の条件が満たされれば，確率の指導はなされるべきであろう。まず，導入例や応用例が，生徒の身近かなところにも，多く存在していること。次に，指導内容の中心ともなるべき，大数の法則や確率の加法性・乗法性，そして期待値などを，2～3週間ぐらいで指導することができるように，教材を編成することができること。最後に，今後の学習の基礎となることである。これらについては，以下，検討していくことにする。

現在では，確率指導が，初めて，高校の最終段階においてなされるが，小・中・高校を通して，徐々に，確率的な見方・考え方を養っていくべき必要があることを，ここで強調しておきたい。昭和43年度に，学習指導要領の改定が予定されているが，このさい，中学校の数学科の領域設定についても検討することが必要であると考える。

ケメニー報告（注3）の結論の一節にも，「集合の理論からのいくつかの基本的概念が導入されるべきこと，幾何学が現代化されるべきこと，現代代数学のいくつかの基本が導入されるべきこと，確率と統計は，中・高校教育に適当なことなどについては，十分に一般的な一致がみられる。……」とあり，また，別に，特に，確率の指導をすることについての提案を行なっている。

Ⅱ　確率指導の実践の目的

確率指導については，小・中・高校を通して一貫して考えねばならないし，また，統計との関連も考えることが必要である。しかし，今回は，まず，中学校において，確率の考えを指導する場合，どんな内容を，どの程度，どのように指導すればよいかということ，また，その指導の可能性の程度についてはどうかということなどについて，実践を通して大雑把に知り，次回の指導計画作成の足がかりをえようとするものである。

Ⅲ　確率指導の計画と実践

1　指導の時期と対象（注４）

時　期　　昭和41年１月31日（月）～昭和41年２月21日（月）　全８時

対　象　　大阪学芸大学附属天王寺中学校３年生130名全員（男子97名，女子33名）

2　指導の目標と項目

確率の基礎的考え・性質を理解させ，これらを用いる能力を養う。そのため，次の項目について指導する（注５）。

§1　確からしさの考え

§2　確率………………数学的確率と統計的確率

§3　大数の法則………相対度数，大数の法則

§4　確率の加法性……和事象，排反事象，加法性

§5　確率の乗法性……積事象，独立事象，従属事象，乗法性

§6　期待値……………期待値

§7　推定

3　指導内容についての若干の注釈

①　測度論的定義による確率ではなく，古典的定義による確率を導入する。

②　事象を明確にするため，集合の考えを用いる。

③　順列・組合せの公式は用いないで，標本空間（有限）が全部つかめる程度とする。

④　標本空間の考えをおさえて，確率の加法性と乗法性を指導する。

⑤　大数の法則では，相対度数の安定性について，実験を通して理解させる。

⑥　教材としては，生徒の身近かにあるものや，硬貨の表裏，さいころの目，袋の中の球の色などを主とする。

以上の諸点を考慮し，具体例を通して指導する。

4　指導の展開

Ⅲ－２で述べた指導項目にしたがい，各節ごとの指導実施時数，指導のねらい，展開，それに，若干の指導上の注意事項および生徒の反応，指導の反省を混じえて述べていくことにする。

なお，確率指導の実践報告については，まだ，殆んどみられない（注６）ので，できるだけ詳しく述べていくことにする。

§1　確からしさの考え――１時間――

〔ねらい〕

1　確からしさのともなう具体例を通して，確からしさの意味を理解させる。

2　確からしさを測る客観的な尺度としての確率を学習していく動機づけとする。

〔展　開〕

⑴　私たちの身のまわりのいろいろなことがらのうちで，確からしさのともなうもの，偶然といったものに関係するものにどんなものがあるか，例をあげさせる。

生徒のあげた例；宝くじ，福びき，懸賞つきクイズ，お年玉つき年賀はがき，トランプ（ポーカー），百人一首（坊主めくり），ルーレット，組替えで３年間同じ学級になること，○×式テストで正答する率など。

⑵　私たちが日常生活で用いていることばの中に，確からしさを数でいい表わしたものがあるが，どんなことばがあるか，その例をあげさせ，その用い方もいわせる。

例；十中八九，九分九厘，五分五分，万が一，百発百中。

⑶　確からしさのともなうことがらの例をあげ，その意味を考えさせる。

例1　お年玉つき年賀はがきのあたる確からしさ

- 昭和41年の5等の当選番号は，末位2けたの数字が，12，16，67であったが，これは，何枚のうち何枚あたるといえるか。100枚のうち3枚あたる意味について考える。
- 年賀はがき1枚のあたる確からしさはどのくらいといえるか。
- ことし，お年玉つき年賀はがきが何枚きて，そのうち何枚あたったかを発表し（予め調べてこさせる），あたった割合を求める。

例2　さいころの1の目のでる確からしさ

- 正しいさいころを投げて，1の目のでる確からしさを求める。
  このとき，直方体のさいころと比較させて，正しいさいころでは，どの目も同様に確からしいことを注意する。
- 1の目のでる確からしさ⅙の意味について考える。
- さいころ投げの実験を行なう。100～200回（100回でおよそ4分かかる）。この実験を通して，統計的規則性のあることに気づかせる。（さいころは，各自2個用意させておく）。

⑷　課題として，次の実験をしてくるように指示する。

さいころ投げを1,000回行なうが，そのとき，100回ごとに1の目のでた回数を記録すること。（なお，表およびグラフの書き方は，次時で指示する）。

〔備　考〕

①　「100回に3回ぐらい起こる」という考えは，中3の生徒はだれでももっているし，割合の概念からも自然に導入できたと思う。

②　さいころの1の目のでる確からしさが⅙だということについて，その数は現実的でないといって，抵抗を感じた生徒が1名いた。

③　さいころ投げで，1の目がでるかでないかのどちらかである。ゆえに，1の目のでる確からしさは½である，ということの正否について考えさせておくことは意味がある。

④　さいころの投げ方について意見がでた。将棋の駒で，直立，横立，倒立など調べる場合は，一定の距離から投げること，力のいれ方を同じようにすることが必要ではないか。これと同じようなことは，さいころ投げの場合にはいえないかと。また，さいころを1,000回も投げるのは面倒だから，1度に10個ずつ投げたらどうかというものもいた。これは，厳密には，異なった試行対象は異なった種類の試行ではあるが，このことを注意し，是認しておいた。

なお，さいころを投げることについて，1,000回投げたあと，調べてみたら，右表の通りであった（118名）。高3の生徒ではどうだろうか。

	男　子	女　子	計
おもしろい	32	19	51
ふ　つ　う	37	12	49
おもしろくない	17	1	18

§2　確　率──1時間──

〔ねらい〕

確率の意味を，数学的な面と統計的な面との両面から理解させる。

〔展　開〕

⑴　確からしさの考えられるのは，どんな場合かについて，考えられない例もあげて説明する。

⑵　確率の用語と記号について指導する。

確率，**事象**，事象Eの確率P(E)

⑶　数学的確率の例をあげて説明し，定義する。

例１　１枚の硬貨を投げる場合について考え，表のでるという事象Ａの確率を求める。

例２　２枚の硬貨を投げる場合について考える。

• ２枚の硬貨を，第１の硬貨，第２の硬貨として，そのでかたは何通りあるかを調べる。

• 次の確率を求める。

①　１枚表で１枚裏となる事象Ｂの確率

②　少なくとも１枚表のでる事象Ｃの確率

以上のような例を通して，「ある事象の起こりうるすべての場合の数がnで，そのうち事象Ｅの起こる場合の数をrとすると，事象Ｅの確率は，Ｐ(Ｅ)$=r/n$である。この場合の確率を**数学的確率**という」と定義する。この場合，同様に起こりうるという条件のいることに注意する。

(4)　統計的確率の例をあげて説明し，定義する。

例３　先月の天気予報のあたった確率

例４　工場における製品で，完全な品物のできる確率

以上の例を通して，数学的確率と異なるものであることに注意し，**統計的確率**を定義する。この場合，何回も繰返しのできること，nが十分大きい数であることが必要であることに注意する。

〔備　考〕

①「２枚の硬貨」については，単に２枚の硬貨とせず，例えば50円と100円硬貨のように，区別のできる２枚の硬貨とした方がよい。前者では，場合の数を，表と表，表と裏，裏と裏の３通りとするものがあり，順序の考えがはっきりしないからである。

②　硬貨を投げる実験のとき，「表と裏で考えたが，もし，硬貨が立つとしたら，その場合，どうしたらよいのか」という疑問もあった。

③　数学的確率はよいが，統計的確率については，nが十分大きい数とはどの程度のものかという疑問をいだいたり，不確かなものであるとの印象が，生徒の心にあることは，やはり否定することはできない。次の節の，大数の法則で，その印象をとりさるようにつとめることが必要である。

§３　大数の法則――１時間――

〔ねらい〕

1　相対度数の安定性を，実験・観察を通して理解させる。

2　大数の法則のなりたつことを指導し，これによって，統計的確率の意味が，初めて明らかになることを理解させる。

3　大数の法則が，社会保障制度の数理的原理になっていることを知らせる。

〔展　開〕

(1)　大数の法則に関する実験・観察の資料を整理する。

例１　さいころの１の目の相対度数

• さいころの１の目のでる実験（各自1,000回，§１での課題）を，次のように整理してこさせる（次表は，ある生徒の実験例）。

投げた回数(n)	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1,000
１の目のでた回数(r)	21	36	58	79	86	101	119	136	155	169
r/n	0.210	0.180	0.193	0.198	0.172	0.168	0.170	0.170	0.172	0.169

・ここで，相対度数について指導する。
・横軸に実験回数，縦軸に相対度数をとり，実験の結果をグラフに表わし，相対度数が安定していくことを観察する。
・学級全員のさいころの実験資料を総計し，試行回数の多い場合を観察する（これは，前日までに資料をださせ，整理しておく。次表は，42名の学級の資料，10人ずつ集計）。

投げた回数(n)	10,000	20,000	30,000	40,000	42,000
1の目のでた回数(r)	1,723	3,357	4,999	6,662	7,011
相対度数(r/n)	0.1723	0.1653	0.1670	0.1662	0.1669

例2　お年玉つき年賀はがきの相対度数
・お年玉つき年賀はがきについても，例1と同様に整理し，グラフに表わし，観察する。

お年玉つき年賀はがきの枚数	12	37	73	111	158	426	766
5等のあたった枚数	1	3	3	4	4	12	23
相対度数	0.0833	0.0811	0.0411	0.0360	0.0253	0.0282	0.0300

(2) 大数の法則について指導する。
・例1，2より，相対度数が安定していくこと，すなわち，n（試行回数）が十分大きいほど，相対度数（r/n）が，次第に，数学的確率に近づいていくことを認めさせる。
・相対度数と確率との関係について指導し，統計的確率の意味を明らかにする。
・**大数の法則**についてまとめる。
(3) 大数の法則の応用例を指導する。
・出生統計表（人口動態統計）を資料として与え，男児の出生率を推定させる。
・簡易生命表（男女の生存数）を資料として与え，生存率を求めさせる。
・生命保険の原理が，大数の法則であることを知らせ，次のような問題を解かせる。
問題　満50才の男子がP円払い，10年以内に死亡すれば，10万円受けとる生命保険を考える。事業にかかる経費や利息を考えにいれないとするとき，Pをどれだけにきめればよいか。ただし，契約者が多く，死亡の割合について，大数の法則が適用されるものとする。

〔備　考〕
① 教材の資料はプリントしておいたが，時間的に不足ぎみであった。実験の整理など授業中にやらせるとすれば，2時間かけた方がよい。
② 大数の法則は，生徒にとって，なかなか印象的であった。個別的にみれば不規則なのに，全体的にみれば一定の法則があるということを不思議に感ずるものが多く，なぜ，大数の法則がなりたつのか，と考える生徒もいた。
③ 例1で，相対度数が0.1669となったが，ある学級では0.1656であった。§1の備考④で述べたように，試行対象のちがうものの総和であるが，1つの目安を与えるものとして計算した。また，生徒のさいころ1,000回投げの実験で，1の目のでた最多は210回，最少は126回であった。生徒たちは，その用いたさいころが正しいかどうか，ふり方についてはどうかと疑問があった。
④ 実験のようすを，グラフに表わすとき，例1で示したように書かかせたが，生徒の中には，横軸に実験回数，縦軸に1の目のでた回数をとって書いていたものがいた。前者の方が，相対度数の安定していくようすがわかりやすいのでよい。また，1,000回の実験では，100回ごとに

記録させたが，10回ごとあるいは20回ごとの方がよい。面倒ではあるが不規則性の規則ということがわかりやすいからである。

⑤ 生命保険の問題は，期待値のところで指導してもよいが，ここで取扱った。

§4 確率の加法性——1.5時間——

〔ねらい〕

1 事象と集合との関係，すなわち，事象を標本空間の部分集合として理解させる。

2 確率を求めるとき，可能なすべての場合をかぞえあげ，それを標本空間として示すことができるようにさせる。

3 確率の性質——余事象の性質や加法性などを理解させる。

〔展 開〕

(1) 事象と集合との関係について，次例を通して理解させる。

例1 2枚の硬貨を投げる場合について，次の確率を求める（表は○印，裏は●印）。

① すべての場合

第1の硬貨	○	○	●	●
第2の硬貨	○	●	○	●

② 少なくとも1枚表のでるという事象Eの確率

第1の硬貨	○	○	●
第2の硬貨	○	●	○

• ここで，「少なくとも」ということばに注意する。

③ 2枚とも裏になるという事象Fの確率

④ 事象EとFの関係について，④′のことから考えさせる。

事象Fは、事象Eの起こらない事象であることを導き，FをEの**余事象**であることを導く。

①′ 全体集合をIとすると，

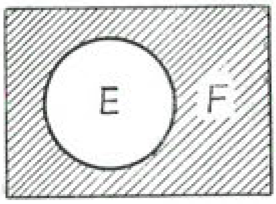
$$I=\left\{\begin{matrix}\circ & \circ & \bullet & \bullet\\ \circ & \bullet & \circ & \bullet\end{matrix}\right\}$$

• ここで，集合の要素は，並び方の場合であることに注意する。

②′ $E=\left\{\begin{matrix}\circ & \circ & \bullet\\ \circ & \bullet & \circ\end{matrix}\right\}$

• ここで，事象Eは，集合で考えると，全体集合Iの部分集合になっていることを理解させる。

③′ $F=\left\{\begin{matrix}\bullet\\ \bullet\end{matrix}\right\}$



④′ 事象を集合として考えると，FはIに関するEの補集合(余集合)になっていることを確認する。

(2) 余事象の性質を導く。

• Eの余事象をE′とすると，$P(E)+P(E')=1$

• 余事象が何であるかを知り，余事象の確率から，もとの事象の確率を求める。

問題 ① 3枚の硬貨を投げるとき，少なくとも1枚表のでる確率

② 1個のさいころを投げたとき，5以下の目のでる確率

(3) 全事象・空事象・確率のとる値について指導する。

• ある事象Fが必ず起こるとき， $P(F)=1$ F；**全事象**という

• ある事象Gが決して起こらないとき， $P(G)=0$ G；**空事象**という

• 確率のとる値は，次の範囲にあることを導く。 $0\leqq P(E)\leqq 1$

(4) 確率の加法性について指導する。

例2 さいころを1回投げる場合について，次の確率を求める。

① 1または2の目のでる確率

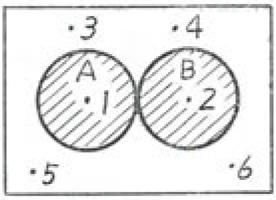
② 偶数の目（2か4か6）のでる確率

• 事象Aまたは事象Bの起こる事象（少なくとも1つが起こる事象）を**和事象**A∪Bといい，その確率をP(A∪B）と書くことを指導する（ベン図の利用)。

• 和事象は，根元事象に分析して考えていくことを，例2を通して指導する。

• **排反事象**について指導し，次の加法定理を導く。

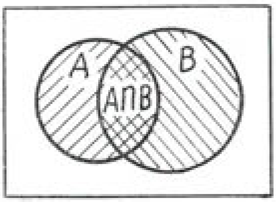
二つの事象A，Bが排反ならば，AまたはBの起こる確率は，　P(A∪B)＝P(A)＋P(B)



(5) 確率の加法性に関する練習問題を解かせ，理解を深める。

• 問題⑤は，事象A，Bが排反でない場合で，次式がなりたつことを導く。

P(A∪B)＝P(A)＋P(B)－P(A∩B)



• 解くとき，次のことがらに注意させる。

問題①，③については，標本空間を示してから，確率を求めさせる。加法定理を用いるとき，排反かどうかを断わってから用いさせる。

問題 ① 1枚の硬貨を3回投げるとき，3回とも表がでるかまたは3回とも裏がでる確率を求めよ。

② 1つのさいころを2回投げて，2回とも偶数の目かまたは2回とも奇数の目がでる確率を求めよ。

③ 1組のトランプのカード52枚の中から1枚をとりだし，そのカードが，ジャックかクイーンかキングである確率を求めよ。

④ 袋の中に，赤い玉が4個，白い玉が3個，青い玉が2個はいっている。この袋から任意に1個の玉をとりだすとき，赤い玉かまたは白い玉をとりだす確率を求めよ。

⑤ 2枚の硬貨を投げるとき，第1の硬貨が表になるという事象をA，第2の硬貨が表になるという事象をB，少なくとも1枚表がでるという事象をCとするとき，P(A)＋P(B)＝P(C)　はなりたつか。もし，なりたたなければ，その理由を述べ，さらに，どのような式がなりたつかを示せ。

⑥ 1から50までの番号をつけた50枚の札から，1枚をぬきとるとき，その番号が，次のような数である確率を求めよ。

㋐ 偶　数　　　㋑ 3の倍数

㋒ 2および3の倍数　　　㋓ 2または3の倍数

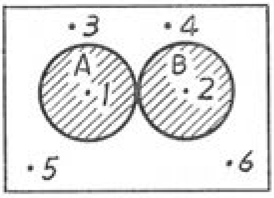
〔備　考〕

① 事象を集合との関係において指導したが，集合の考えを生かせることに，生徒たちは親近感をもって学習していた。事象と全体集合の部分集合，余事象と補集合（余集合），全事象と全体集合，空事象と空集合，加法定理と有限集合の濃度などのように，生徒たちには目新しいものとはうつらなかったようである。

② 二つの事象A，Bが排反ならば，AまたはBの起こる確率は　P(A)＋P(B)　となって加法性がなりたつのであるが，この点を十分納得できないものがいた。これは，「または」のもつ意味が十分理解できていなかったのではないかと思う。また，根元事象は標本空間内の点に対応させられることなど，事象と集合との関係，ベン図の活用の点で指導が徹底しなかったのでは

ないかと反省している。

③　事象を集合として考える場合，例えば，例1では，何を要素とする集合かということ，すなわち，並び方の場合であることをはっきりさせておく必要がある。数を要素とする集合では，例えば，{2，2，3}は{2，3}とかく。そこで，生徒の中には，

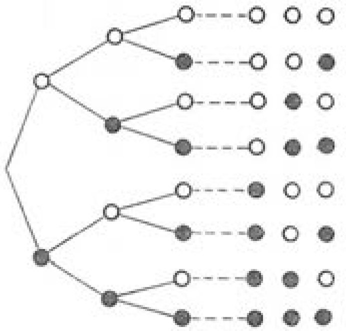


{○○　○●　●○　●●}を{○○　○●　●●}としてもよいのではないかと考えるものがいる。つまり，(○，●）と（●，○）を同一視するのである。単に2枚の硬貨，また，2つのさいころという場合は，順序という考えがうすれてしまいやすい。この点，樹形図や座標を利用すると理解を助けるのではないかと思われるし，また，標本空間を把握するにも役立つ。これは，次のものである。

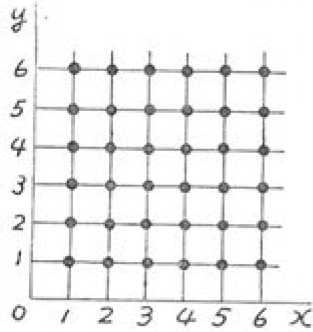
㋐　1枚の硬貨を3回なげる場合（樹形図）

㋑　大小2つのさいころを同時に投げる場合（大のさいころの目を x，小のさいころの目を y とすると，全体集合は（x，y）を座標とする36個の点の集合となる。）

㋐



㋑



§5　確率の乗法性——1.5時間——

〔ねらい〕

確率の性質——確率の乗法性について，独立事象の場合と従属事象の場合を理解させる。

〔展　開〕

(1)　確率の乗法性（独立事象の場合）を指導する。

例1　白球3個（W_1，W_2，W_3）と赤球2個（R_1，R_2）とがはいっている袋から，1球ずつ2回とりだす。この場合，球は1回1回もとへもどすものとする。ただし，球は同大，同重，同手ざわりとする。このとき，次の確率を求めよ。

①　2回とも白球である確率

②　第1回は白球，第2回は赤球である確率

③　少なくとも1回は白球である確率

• 可能なすべての場合を数えあげ，標本空間として示し，これにもとづいて解く。

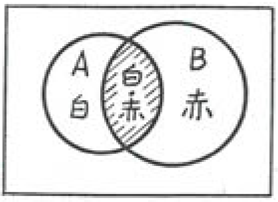
• 次のことを確認する。

①　$\frac{9}{25}=\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}$ ……………………………… P(白)・P(白)

② $\frac{6}{25}=\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}$……………………………………………P(白)・P(赤)

③ $\frac{21}{25}=1-\frac{4}{25}=1-\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}$…………………………2回とも赤球である事象の余事象

・事象Aおよび事象Bの起こる事象（同時に，または，ひき続いて起こる事象）を，**積事象**$A\cap B$といい，その確率を$P(A\cap B)$と書くことを指導する（ベン図の利用）。



・**独立事象**について指導し，次の乗法定理を導く。

二つの事象A，Bが独立ならば，AおよびBの起こる確率は，　$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$

・次の問題を通して理解を深める。

問題　①　さいころを2回投げるとき次の確率を求めよ。

　㋐　2回とも1の目のでる確率

　㋑　2回とも，一度も1の目のでない確率

　㋒　2回とも同じ目のでる確率

②　3枚の硬貨を投げるとき，次の確率を求めよ。

　㋐　3枚とも表のでる確率

　㋑　少なくとも，1枚は表である確率

(2) 確率の乗法性（従属事象の場合）を指導する。

例2　例1で，とりだした球をもとへもどさない場合を考え，次の確率を求めよ。

①　2回とも白球のでる確率

②　第1回は赤球，第2回は白球のでる確率

・可能なすべての場合を数えあげ，標本空間として示し，これにもとづいて解く。

・次に，2回目に球を取りだす場合の確率について，例1の場合と比較させ，**従属事象**について指導する。また，事象Bが事象Aの従属であるとき，事象Bの確率を，$P_A(B)$と書くことを指導する。

・次のことを導く。

事象Aが事象Bに従属のとき，AおよびBの起こる確率は，

$$P(A\cap B)=P(A)\cdot P_A(B)$$

・次の問題を通して理解を深める。

この場合，独立事象か従属事象かを断わってから，乗法定理を用いるようにさせる。

なお，問題③は，$P(A\cap B\cap C)=P(A)\cdot P_A(B)\cdot P_{AB}(C)$　である。

問題　①　袋の中に赤い玉が4個，白い玉が3個はいっている。いま，この中から1個とりだし，それをもとにもどさないで，さらに1個とりだしたとする。このとき，最初に赤い玉，次に白い玉がとりだされる確率を求めよ。

②　白い玉10個，赤い玉5個のはいっている袋から玉をとりだすとき，初めに白い玉，次に赤い玉をとりだす確率を，次の各場合について求めよ。

　㋐　初めにとりだした玉を袋にもどさない場合

　㋑　初めにとりだした玉を袋にもどす場合

③　袋の中に赤い玉4個，白い玉3個，青い玉2個がはいっている。いま，3回続けて玉をとりだすが，玉はもとへもどさないものとする。第1回目に赤い玉，第2回目に白い玉，第3回目に青い玉のでる確率を求めよ。

(3) 確率の乗法性の応用として，くじびきの確率について指導する。

• くじは，先にひく方がとくか，あとでひく方がとくか，同じかを尋ねてから，指導者とともに解く。

問題 ① 10本のうち3本のあたりくじのはいっているくじを，甲，乙の順にひく場合，甲，乙ともにあたる確率を求めよ。

② 10本のうち3本のあたりくじのはいっているくじを，甲，乙の順にひく場合，甲のあたる確率と乙のあたる確率とを比較せよ。

〔備　考〕

① 乗法定理を，例題を通して帰納的に導いていったのであるが，積事象ということは理解されたと思うが，それが，P(A)・P(B)と積になるところが十分理解されたかどうか疑問に思われる。

② 独立事象と従属事象のちがいについては，かなり理解されたと思うが，くじびきの確率の問題②になると，独立事象と排反事象などまぎらわしくなってくる生徒がいる。甲があたり乙もあたる場合の確率は$\frac{3}{10}\cdot\frac{2}{9}=\frac{1}{15}$，甲があたらないで乙があたる場合の確率は$\frac{7}{10}\cdot\frac{3}{9}=\frac{7}{30}$である。ここで2つの事象は排反で加えるわけだが，生徒の中には2つを平均しなければならないのではないか，と納得しかねていたものが2人いた。

③ くじびきで，先にひく方がとくか，あとでひく方がとくか，あるいは同じかということについて，生徒たちに聞いてみたら，44人の学級で，それぞれ10人，20人，14人であった。理由は，残り福とよくいわれるからだという。

④ 乗法定理（従属事象の場合）は，$P(A\cap B)=P(A)\cdot P_A(B)$ と書くが，この場合$P(A\cap B)$のBの書き方を，Aに従属しているBだとはっきりわかるように書けないかと意見をいう生徒がかなりいた。

⑤ 確率の加法性・乗法性の指導時間数は1.5時間ずつであったが，2時間ずつ，計4時間とした方がよかった。

§6 期待値――1.5時間――

〔ねらい〕

期待値の考えを理解させ，また，これは平均値であることを理解させる。

〔展　開〕

(1) 期待値について指導する。

例1 ――導入例――

小づかいをもらうのに，毎日60円ずつもらうのと，さいころを投げて1の目のでた日には300円，その他の目のでた日には20円というふうにしてもらうのとでは，小づかいをもらう側にとって，どちらが有利か。

• 1月を30日とし，1日あたりの小づかいを求めて比較する。

• 上で計算した式を次のように変形し，

$$\frac{300\times 5+20\times 25}{30}=300\times\frac{1}{6}+20\times\frac{5}{6}$$

$\frac{1}{6}$，$\frac{5}{6}$はそれぞれ何を表わしているか，また，式の意味について考える。

例2 袋の中に同じ大きさの白い玉7個と赤い玉3個とがあり，これから玉を1つとりだして，白い玉ならば10円，赤い玉ならば100円もらえる。1つの玉をとりだすごとに50円支払うものとすれば，このくじびきは，くじをひく人にとって引きあうかどうか。ただし，とり

だした玉は，そのつど袋の中にもどすものとする。

- 解答してから，玉をお金とみなした場合，37円は袋の中の金額の平均値であることを理解させる。
- $10\times\frac{7}{10}+100\times\frac{3}{10}$という式は，次式のようになっていることを導く。

(10円)×(10円のでる確率)+(100円)×(100円のでる確率)

そして，損得の問題は，単に確率だけを考えるだけでなく，各事象の起こる確率とその事象の起こったときの損得の量との２つの積を考えることが必要であると説明する。

- 期待値を定義する。

$$M=a\,P(A)+b\,P(B)+c\,P(C)+\cdots\cdots$$

お金のときは期待金額ということ，また，期待値は平均値にほかならないことを指導する。

- 次の問題を通して理解を深める。

問題　①　１つのさいころを投げて，でた目に等しい金額（単位100円）をもらうものとするとき，期待金額を求めよ。

②　（実験）六角柱の鉛筆で，マークのない３面を０，白字のある２面を１，金文字のある１面を２とする。いま，この鉛筆をころがしたとき，これらの数の期待値を求めよ。また，鉛筆を200回ころがしたときの実験結果を示せ。その際実験経過を記録し，それをグラフに表わし，そのようすを述べよ。

回数	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75
期待値	1.000	0.600	0.600	0.700	0.800	0.733	0.657	0.625	0.622	0.640	0.636	0.600	0.600	0.586	0.600
回数	80	85	90	95	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
期待値	0.638	0.684	0.688	0.663	0.660	0.664	0.650	0.677	0.671	0.673	0.668	0.670	0.661	0.653	0.660

これは，ある生徒の実験結果の表であるが，回数を重ねるにしたがい，期待値2/3に次第に近ずいていくことを観察させる。

(2)　期待値の応用として，福引きの期待値を指導する。

例３　次表のような福引きがある。この福引きを１本ひく人の賞金の期待値を求めよ。（現実には賞品であるが，ここでは賞金とする）。（下左表）

問題　ある大売り出しで，500円につき１枚ずつ福引き券がもらえ，これには，次表のような賞金がついている。福引き券のいらないものには，500円につき25円ずつ割引きしてくれる。このとき，福引き券をもらうのと，割引きしてもらうのとでは，買う人にとってどちらが有利であるか。（下右表）

	賞　金	本　数
１等	10,000円	１本
２等	2,000円	５本
３等	500円	20本
４等	100円	74本
計		100本

	賞　金	本　数
１等	5,000円	１本
２等	1,000円	４本
３等	500円	15本
４等	50円	80本
５等	10円	900本
計		1,000本

〔備　考〕

期待値は容易に楽しく学習していたようである。しかし，例えば，福引きの問題で，最後の問題の期待値は97円となり，福引き券をもらう方が買うものにとって有利となるわけであるが，生徒の中には，97円という金額は実際的にはありえない。計算上の値である。それに，10円もらうものの確率は1/9であるから，実際行動するときは，割引きしてもらうというものがいた。平均値のときでも，でてきた値は実際にはないものになっているときがあり，このことを考えあわせると，期待値の問題も何でもないような気がする。これは，数学的でありすぎるようでもあり，また，非数学的でもありすぎるように思えるといっているものがいた。

§7　推定——0.5時間——

〔ねらい〕

調本調査の考えを理解させる。

〔展　開〕

例1　池の中のうなぎの数の推定

うなぎの養殖池で，どのくらいのうなぎが育っているかを調査しようとした。そこでまず，うなぎを100匹とらえ，これに印をつけて池に放つ。そして，再び100匹のうなぎをとらえ，その中に含まれている印のついたうなぎの数を調べたら4匹であった。この池のうなぎの数を推定せよ。

• この問題を解く。

池の中のうなぎの総数を x 匹とする。

①　比例の考え方で解く

$$\frac{100}{x}=\frac{4}{100} \qquad \therefore \quad x=2,500(\text{匹})$$

②　乗法定理を用いて解く

$$\frac{100}{x}\cdot\frac{100}{x}=\frac{4}{x} \qquad \therefore \quad x=2,500(\text{匹})$$

• 抜取検査のことについて説明する。

• 次の問題を解く。

問題　ある印刷物の校正を，A君とB君とが別々に行なったら，A君は80個，B君は90個のミスプリントを発見した。両者に共通なミスプリントは60個であった。この印刷物のミスプリントの全体の個数を推定せよ。

〔備　考〕

内容的に十分でないが，ここでは，標本調査の考えのめばえをつくるのがねらいである。例1と問題の解き方としては，乗法定理を用いる方がわかりやすいというものが多かった。

Ⅳ　確率指導の実践結果

1　確率の学習に対する生徒の感想

以下に，確率指導を行なっているとき，生徒たちがどのような心で学習していたか，関心の度合はどうか，どんな点に関心・興味をいだいていたか，を知るための手係りとして書かせた生徒の感想を引用する。書かせた時期は，確率の乗法性の指導を終了したときで，附中入試のため5日間家庭学習をしている間であり，自由記述形式をとった。（　）内は性別と数学の5段階評価の評点を示す。

○他の教材とくらべてこう思う

• 確率は，いままで習ってきた数学とは質がちがうので，新鮮味があっておもしろい（男子，3）。

・二次方程式を解いているより，さいころを振っている方が楽しい。どこが面白いかというと，さいころを振ってでた結果は，事実のもの，そのまま如実であるということである（男子4）。
・日常に確率として考えられるものがたくさんあって，とてもおもしろい。因数分解や方程式の計算などというような複雑なだけで数学的能力を養うのに効果が少ないものはやめて，集合や確率ばかりしてほしい（女子，3）。
・他の教材（因数分解や幾何の証明など）とちがって，実用に結びつきやすい。また興味があって面白い。それに将来性（あとで，こんなことをするとき役にたつということ）があってよい（男子，5）。

〇こんな点に興味や意義を見出した

・1つ1つをとってみればすべて偶然であるが，大きい数でみれば偶然でなくなり，法則にあてはまってくるということに興味があった。また，この程度の内容なら，前々からトランプ遊びのときなど，別に原理もなく計算して確率をだしていたやり方だから，やさしく思う（男子，4）。
・われわれの身のまわりには，何とか率といわれるものがたくさんある。また，〇〇率とつかなくても確率の考えに基づくものがたくさんある。このように日常生活につながりの深い確率は，やるのが楽しく，また，学習のしがいがあった。また，これから，どのように発展していくかを考えると楽しい（男子，4）。
・確率そのものもよいが，その前の段階で，全体集合の要素の個数を求めるのがおもしろい。生命保険の問題では，全然そのようなところに気づかなかったので，特におもしろいと思った。確率といえば，かけごとにしか活用できないと思っていたので，意義の少しを見出したように思う（男子，3）。
・いままで，何となく考えていたくじびきが，いつひいても同じ確率なので残念な気がした。同時に新発見したようでうれしかった（女子，3）。
・いままで，ときどき考えたことがあったが，案外，単純でおもしろい。また，「大数の法則」などは，知らぬまに使っていたことに気がついた（男子，5）。
・昔から，漠然としたものはもっていたが，系統だてて学習するところに意義があると思う。そして，それによって，知識がはっきりしたものになった（男子，5）。
・日常生活の経験が確率で実証できる。そのことがらを，何度もくり返しくり返し行なっていくと，数学的確率に近ずく。このことが，ぼくにとって興味をひくもとになっている。もう一つ感じたのは，集合の考えが，この確率にも生かせるということだ。まったく集合の考えというものは，日常生活のどこにでもあるといって過言でないとつくづく思った（男子，3）。

〇こんな点を不思議に，神秘的に思う

・相対度数が，回数を増していくと，数学的確率に近ずいていくというのは，不思議な感じがする。そして，なぜ，大数の法則がなりたつのか疑問に思う（男子，5）。
・何か，他の教材とちがって，神秘的に思える。さいころを1,000回振って，1から6までの目が，だいたい同じくらいでるのは確率の考え方でわかるが，ちゃんと，その計算近く目がでてくるので驚いた（男子，3）。

〇おもしろいが不確実なので不満に思う

・集合を習ってるよりおもしろさがあるが，何か不確実な？ところがある（男子，3）。
・いままで習った中で一番好きです。いままで，なにげなく振っていたさいころにも，法則があったのかと感心した。日常生活のいろいろなところにも，確率が存在していたのだなあと思った。しかし，実験と計算の結果がちがうのは，どうしてもなっとくがいかない（男子，5）。

・確率というものは，絶対的なものではなく，実際には，理論に近い値がでるというだけで，いつもぴったり同じ値になるというのではないから不満に思う。でも，確率がいつも理論と同じ値になるものならば，確率を使った遊びなどはおもしろくなくなってしまうであろう（男子，5）。

・確率は興味があった。それは未知が予想できるからである。特に期待値のところは興味があった。しかし，確率は，方程式や関数のように，ズバリと解答がでないので，ものたりない気持がしないでもなかった（男子，4）。

○中途半端であり，また，興味がない

・実生活と結びついているが，かえって興味がない（男子，5）。

・確率はどこまで精密度を求めているのか（実験のとき），自分には大きな疑問である。このような中途半端なことはきらいである（男子，5）。

・教科書や計算問題，応用問題をやっていれば，いま代数をやっているんだとわかるが，集合や確率は，遊びをやっているような気もする（男子，2）。

○その他

・確率は，いまの時期にやっておいて意義がある。中学生のような純真なときに，確率的なものの見方を植えつけておかないと高校生では効果がない。また，この確率的なものの見方や集合的な見方は高校数学の基礎になると思う（男子，5）。

・確率といういい方からくる先入観からか，はじめはすごくむつかしいものに感じた。しかし，さいころを振っているうちに，すごく興味を覚えた。ただなんとはなしに起こったようなできごとなのに，それをよくみつめることによって，その底に一貫して流れているものが，うっすらつかめたような気がした。それを数学では確率とよぶらしい。ただここで思うことは，もし，いちばんはじめから，確率の加法性とか乗法性などにはいっていたら，よく理解できないで困ったであろう。さいころを何回も振るという，一見たあいないことから導入してもらってよかった。確率とはなかなかおもしろいものである（女子，2）。

○生徒の興味・関心の傾向のまとめ

確率指導は，予想以上に興味・関心をもってむかえられたと思う。また，事実，他の教材よりも，はるかに楽しい授業であった。生徒の感想を読みつつ，確率の教材に対する新鮮さ，興味深さ，そして，不思議さの感情のあることがわかる。われわれの身のまわりに「確率」の対象の存在を見出した喜び，また，特に，さいころなどの実験を行なって，相対度数の安定性を観察し，大数の法則のなりたつところは，極めて印象的なものであった。数Ⅲで，初めて学習した場合，どんな印象・感想をもつかはわからないが，中3の段階の生徒では，心理的にかなりタイムリーなものであったように思われる。このような感情のもてる教材は，他には少ないようにさえ思われる。また，この段階の生徒では，思考にのってくるとも思える。もとより，確率の考えが，非決定的なものであるがゆえ，不確実さ，ものたりなさ，不満であるという気持をいだいた生徒も少なくないであろう。しかし，それ以上に，興味・関心をもったものが多かったことを，生徒の感想や授業を通して伺うことができた。

なお，生徒全員の興味・関心の度合を数量的にあらわすつもりはなかつたが，感想文中，生徒が，はっきり，興味がないと書いていたものは，126名中11名（9％），興味があると書いていたものは，101名（80％）であったことを補足しておく。

2　指導後のテストの結果と分析

Ⅲで述べた展開にもとづいて指導してから，9日後に，その理解を知るため，次のようなテストを実施した。以下，その正答率と主な誤答の分析を述べる。

実施期日　　昭和41年3月2日（水）50分間

実施対象　　大阪学芸大学附属天王寺中学校3年生129名（3学級一斉に行なう）

〔問題1〕　標本空間と確率の考え

正しく作られた大小2個のさいころを投げて，目の和がいくつになるかをあてる遊びをすると，どの数を選ぶのがよいか。

＜正答率＞　87%

＜分　析＞　・主な誤答は，「6か7か8」（7.7%）である。

・これは，すべての場合を36通りとせず，21通りまたは42通りとしたためである。大のさいころの目をx，小の方をyとし，$(x,\ y)$で表わすと，21通りとしたものは，(1，2) と (2，1) などを同じ事象として順序を無視したためであり，42通りとしたものは，(1，1) などを2回ずつ数えたためである。

〔問題2〕　確率の考えの総合的な問題

A，Bの2人がいる。Aが問題を解く確率は3/4，Bが同じ問題を解く確率は2/3であるとき，次の確率を求めよ。

① A，Bともに解く確率

② Aは解いてBは解けない確率

③ A，Bのうち，少なくとも1人は解く確率

④ A，Bともに解けない確率

＜正答率＞　①　97%　　②　93%　　③　74%　　④　92%

＜分　析＞　・主な誤答と原因は次の通りである。

②　$\frac{1}{12}$(5.4%)；$\frac{3}{4}-\frac{2}{3}$としている

③　$\frac{5}{12}$(9.3%)；$1-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)$

$\frac{1}{2}$(3.1%)；$1-\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}$

A，Bともに解けないという事象の余事象であることは理解している。

$\frac{3}{4}$(3.9%)；$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$　「少なくとも」の用語に抵抗を感じている。

④　$\frac{1}{4}$(3.1%)；$1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$　Bが解けてAが解けない部分を無視している。

〔問題3〕　排反事象

次の各事象で，排反事象はどれか。

(1)　1つのさいころを投げるとき，

①　偶数の目がでるという事象と奇数の目がでるという事象

②　偶数の目がでるという事象と3の倍数の目がでるという事象

(2)　10円硬貨と50円硬貨をそれぞれ1枚ずつ投げるとき，

③　10円硬貨の表がでるという事象と50円の裏がでるという事象

④　10円硬貨の表と50円硬貨の裏がでるという事象と10円硬貨の裏と50円硬貨の表がでるという事象

＜正答率＞　①　97%　　②　97%　　③　88%　　④　83%

〔問題4〕　確率の加法性（排反事象）

1枚の硬貨を3回投げるとき，3回とも表がでるか，または，3回とも裏がでる確率を求めよ。

＜正答率＞　81%

＜分　析＞　・主な誤答は，㋐$\frac{1}{8}$(10.8%)　㋑$\frac{1}{2}$(2.3%)である。

・誤答㋐は，すべての場合を数えあげ，標本空間として示しているが，「または」

の解釈で誤っている。

誤答④は，「または」については理解しているが，順序の考えを無視し，すべての場合を4通りとし，3回とも表のでる事象をA，3回とも裏のでる事象をBとして，$P(A)+P(B)=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$としている。

〔問題5〕 確率の乗法性（従属事象）

赤球3個，白球7個がはいっている袋から，まず，Aが1球とりだし，次にBが1球とりだすとき，次の確率を求めよ。ただし，Aがとりだした球は袋にもどさないものとする。

① Aが白球で，Bが赤球である確率

② A，Bともに白球である確率

③ A，Bとも白球であるか，または，赤球である確率

<正答率> ① 99% ② 94% ③ 85%

<分　析> •主な誤答と原因は，排反で和事象なのに，積事象と混同している。

② $\frac{49}{90}$(3.9%)；$\frac{7}{10}\times\frac{7}{9}$としている。

③ $\frac{7}{225}$(3.9%)；$\frac{7}{10}\cdot\frac{6}{9}\times\frac{3}{10}\cdot\frac{2}{9}$としている。

〔問題6〕 確率の乗法性（独立事象）

問題5で，Aのとりだした球を，袋にもどすことにしたとき，次の確率を求めよ。

① Aが赤球で，Bが白球である確率

② A，Bともに赤球である確率

③ 少なくとも1人は赤球である確率

<正答率> ① 99% ② 95% ③ 72%

<分　析> ③の主な原因は「少なくとも」という用語に対する抵抗である。

$\frac{21}{50}$(7.7%)；$\frac{3}{10}\cdot\frac{7}{10}+\frac{7}{10}\cdot\frac{3}{10}$

$\frac{3}{10}$(5.4%)；$\frac{3}{10}\cdot\frac{7}{10}+\frac{3}{10}\cdot\frac{3}{10}$

$\frac{3}{5}$(4.6%)；$\frac{3}{10}+\frac{3}{10}$

〔問題7〕 期待値

袋の中に，赤球5個と白球7個がはいっている。この中から1球をとりだして，それが赤球ならば100円もらえるが，白球の場合は80円支払うことを約束した人は，損か得か。また，それは，いくら損か得か。

<正答率> 96%

<分　析> •主な誤答は60円(2.3%)で，12でわることを忘れている。

〔問題8〕 推定

ある製品中から，不良品を選別するのに，A，B 2人はそれぞれ100個，150個を発見した。このとき，A，Bが共通に見つけたのは50個であった。

① 不良品は，全体でいくつあると推定されるか。

② また，どれだけ未発見のものが残っているか。

<正答率> ① 92% ② 85%

<分　析> •主な誤答の原因は，確率の問題と有限集合の濃度の計算とを誤解しているところにある。

・① 200個 (5.4%); 100+150−50

② 50個 (5.4%); ①の誤答のもとに200−{(100−50)+(150−50)}

①は正解だが300−(100+150)としている。

150個 (3.9%); ①は正解だが300−(100+150−50×2)としている。

○生徒の理解の度合のまとめ

テストができたということと，確率の考えそのものの本質が理解されたこととは，同義語ではない。今回のテストの内容と程度では，確率の考えの理解を調べるのに，必要且十分な条件を満たしているとはいいがたいかも知れない。

しかし，示した内容と程度においては，概略80〜90%以上の正答率を示していた。ことに，確率の乗法性や期待値などは，よくできていた。

ところで，正答率が80%を下まわったのは，余事象の問題すなわち問題2③と問題6③の2か所であり，どちらも，「少なくとも」という用語に抵抗を示していたのである。正答率は80%以上あったが，問題のあるものは，和事象の加法性すなわち問題4と問題5③（これは，「または」の用語の問題もある），そして，すべての場合を数えあげ，標本空間として示すときの順序の考えすなわち問題1などがあげられる。もちろん，標本空間として示す場合は誤りではないにしても，それらを同様に確からしいとするところに誤りがある。

V 中学1・2年における確率の考えの調査

中学生の初期の生徒でも，漠然としてではあるが，「何回のうちで何回ぐらい起こる」といった確率の考えは，すでにもっていると予想される。そこで，確率の学習を行なっていない中1・2の生徒を対象として，次の同一な問題で調査した。もとより，確率の考えといっても，いくつかの段階があり，また，例えば，確率が⅙であるという意味にも深さがあるが，ここでは，素朴なものをさしている。

調査時期　昭和41年3月17日(木)（1年は35分，2年は30分間）

調査対象　大阪学芸大学附属天王寺中学校（1年129名，2年88名）

〔問題1〕 昭和41年度のお年玉つき年賀はがきの5等の当選番号は，末位2けたが，12，16，67であった。5等は何枚のうち何枚あたることになるか。

<正答率> 1年69%，2年81%

〔問題2〕 目が1から6まであるさいころを投げるとき，何回に1回の割合で1の目がでると考えられるか。

<正答率> 1年95%，2年98%

〔問題3〕 さいころを1回投げると，1の目のでる割合（確率）はいくらか。

<正答率> 1年97%，2年97%

〔問題4〕 さいころを6000回投げるとき，1の目は何回ぐらいでると思うか。

<正答率> 1年95%，2年98%

〔問題5〕 さいころを投げるとき，奇数の目のでる確率はいくらか。

<正答率> 1年92%，2年97%

〔問題6〕 大小2個のさいころを同時に投げるとき，大のさいころのでる目をa，小のさいころのでる目をbとし，（a，b）で表わす。例えば，大のさいころの目が2，小のさいころの目が5であったとすると，（2，5）と書く。このとき，次の問いに答えよ。

① 大小2個のさいころを同時に投げるとき，さいころの目はどのようなでかたをするか。すべての場合を書け。それは，何通りあるか。

<正答率> 1年85%，2年92%

② 2つのさいころの目の和が5になる場合は何回あるか。また，その場合を示せ。

<正答率> 1年89%，2年94%

③ 大小2個のさいころを同時になげるとき，目の和が5になる確率はいくらと考えられるか。

<正答率> 1年79%，2年87%

〔問題7〕 次の各問いに答えよ。

① 1枚の硬貨を1回投げるとき，表のでる確率はいくらか。

<正答率> 1年96%，2年100%

② 1枚の硬貨を2回投げるとき，2回とも表のでる確率はいくらか。

<正答率> 1年74%，2年82%

③ 1枚の硬貨を3回投げるとき，3回とも表のでる確率はいくらか。

<正答率> 1年47%，2年53%

〔問題8〕 2枚の硬貨を同時に投げるとき，少なくとも1枚表のでる確率はいくらか。

<正答率> 1年21%，2年39%

〔問題9〕 A，B2つの袋がある。10個ずつの玉がはいっているが，Aの袋には赤い玉3個，白い玉7個，Bの袋には青い玉7個，白い玉3個がはいっている。A，Bの袋から1つずつ玉をとりだすとき，Aの袋からもBの袋からも白い玉がでる確率はいくらか。

<正答率> 1年40%，2年66%

〔問題10〕 日常生活で，確からしさや確率の考えが，どんなときに，どのように使われるか，その例をあげよ。

（注） 「確率」という用語については，何ら，説明を与えなかった。

Ⅵ 確率指導の実践のまとめと今後の課題

1 確率指導の内容・程度・方法

今回の確率指導について，生徒の興味・関心の傾向，および，生徒の理解の度合のことは，すでに，それぞれ，Ⅳ—1，Ⅳ—2において述べた。

ここでは，確率指導の内容・程度・方法に関して，今回の実践を通して考えられることについて述べる。

① 順列・組合せの公式を用いず，実験で可能なすべての場合を数えあげ，それを，標本空間として示すことのできる程度のものであれば，指導は可能である。

② 確率の加法性・乗法性についても，標本空間の考えを押えて指導すれば，理解される。

③ 期待値の考えは十分に指導できる。そして，これを指導してこそ，確率指導の意義がある。また，推定については，教材のボリュームの点からいって，もう少し充実させる必要があると思われる。

④ 指導内容は，身のまわりの具体例を通して指導すること。

⑤ 確率の実験は，必ず行なうこと。これは，さいころの目，硬貨の表裏，六角柱のえんぴつの面などがある。中学生は，実験を厭わず，むしろ，興味と関心をもって行なう。

⑥ 大数の法則は，実験を通して，相対度数の安定性を観察させて指導するとよい。

⑦ 統計的確率は，不確定であるということで，若干，心理的に抵抗を示すものもあるが，大数の法則で，その印象をとり去るようにする。また，数学的確率は，明確なものであることに注意しておくとよい。

⑧ 標本空間を把握させるには，Ⅲ—4—§4の備考③で述べたように，樹形図や座標などを用いると，正確で容易にする。

⑨ 和事象，積事象，余事象などの指導では，「または」，「および」，「少なくとも」という用語に抵抗を示すものがいる。これについては，集合と論理の関係で，あらかじめ，十分指導して

おく必要がある。

⑩　確率の加法性・乗法性は，帰納的に導いていったが，和事象と加法性，積事象と乗法性の関係の意味づけについては，もっと，十分指導する必要がある。

⑪　確率の加法性・乗法性を，それぞれ定理の形にまで定式化するか否かについては，問題が残る。たとえ，公式化するにしても，導く過程を重視しなければならない。もし，事前に，集合指導を行ない，有限集合の濃度$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$を指導しているとすれば，その類似性から理解を容易にする。しかし，これらのことよりも，事象を和事象とみるか，積事象とみるか，そして，それらを根元事象に分析して考えていくことの方に，むしろ，指導の重点をおくべきである。

⑫　今回の実践では，和事象，積事象，全事象，空事象という用語を用いてきたが，これについても検討する必要がある。また，補集合という用語は，余集合という用語とともに，学術用語集に記載されている。余事象という用語と考えあわせると，余集合という方がよいようにも思われる。

2　今後の課題

①　確率指導の小・中・高校における位置づけの問題

小・中・高校を通して，一貫して，確率指導を行なっていくべきであるが，この場合，各段階において，どれだけのことを，どのように指導していくか，すなわち，位置づけが問題である。

小学校においては，そこで指導する分数や割合と比などの関係から考えて，「ある事柄が何回のうち何回ぐらい起こる」という確からしさの考えや，期待値の考えなどは，指導できるのではあるまいか。

中学校においては，実験を通しての相対度数の安定性や，標本空間を押えて確率の加法性と乗法性を主眼として指導する。また，確率指導は，統計教材のまえに行なうのがよいが，3年生でまとめて行なうかどうかは，今後，検討していきたい。

高等学校においては，順列・組合せの公式を用いて，組合せ論的確率をまとめ，さらに，集合と測度の考えを基礎におき公理論的に展開していくことが考えられる。

これらについては，共同して，実践的研究をしていくことが必要である。

②　確率の考えと統計教材の指導の問題

中学校において，統計教材を，確率の考えを用いて，どのように編成し，展開していくかについては，今後の課題である。

③　集合の考えと確率指導の問題

確率指導において，集合の考えの何をどれだけ用いるか，すなわち，事象を標本空間の部分集合と考えたり，集合の用語と記号を用いたりすることについては，今後の課題である。集合の考えを用いれば，ある程度，事象の考えが明確になったり，ベン図式も活用できて理解を助けたりするが，そのまえに，まず，中学校において，どの程度の集合指導をするかということが問題だからである。集合の考えは用いるが，集合についての記号のうち，∩，∪など用いなくても，展開できる。しかし，十分ではないだろう。確率指導の立場からも，集合指導の立場からも，∪，∩の記号は用いる方がよいと考えている。また，筆者の中1における集合指導の実践でも，∪，∩の記号は，殆んど誤りなく用いている。

以上で，今回の，確率指導の実践報告を終るが，まだ，第一次の実験段階で，十分な結論を下せなかったけれども，ある程度の方向性は見出せたように思う。今後，ともども，理論的・実践的研究を行なっていきたい。

昭和41年4月記

注 (1) これらについての研究の一端は，次のものに掲載されている。

① 「算数・数学教育の研究」(金子書房，1966年3月刊) pp.49〜55拙論「中学校における集合指導の問題点——集合に対する認識」

② 「算数と数学」1966年1月号 (№168) pp.52〜54 拙論「集合指導」に対するアンケートの回答

③ 「研究紀要」(数学教育学会Ⅵ-4, 1965年5月) pp.10〜12 拙論「『数学教育の現代化』についてのアンケートに対する意見」

(2) 本稿のV「中学1・2年における確率の考えの調査」を参照されよ。

(3) 「数学セミナー」1962年12月，1963年1月号「現代数学のどんな主題が，そして現代数学のどんな応用が，中学校・高校の教育のプログラムに位置を見出し得るか」(1962年ストックホルムでのICMIへの報告，報告者J.G.ケメニー)

(4) • この時期には，すでに，中学校の数学の指導内容は全部終了していた。

• また，集合については，次の内容が既習事項である。

1年のとき；5時間，記号を用いず有限集合を主体として指導する；集合の意味，要素(元)，有限集合・無限集合，集合の表わし方，部分集合，全体集合，集合づくり，対応（1対1，多対1）

2年のとき；6時間，記号を導入する；全体集合I，部分集合⊃，⊂，補集合(余集合) A′，和集合∪，共通集合(積集合)∩，空集合∅，ベン図式，集合の法則(交換・結合・分配法則，包含関係，ド・モルガンの法則)

3年のとき；6時間；有限集合の要素の個数 $n(A \cup B)$，集合と論理 and・or，無限集合の要素の個数

• 以上のものは，第1次の実験のときの案であり，中学校において，どんな内容をどのように指導するかについては，目下，第2次の実験段階にあり，検討中である。

(5) 確率の指導内容を決定するについては，次のものを参考にした。

① 田島一郎「中学校における確率指導の試案」(日本数学教育会第47回で発表されたもの，1965年8月)；田島氏は，1確からしさの考え，2確率の意味，3確率の計算(確率の加法性・乗法性)，4期待値，5推定とされており，次の②とともに，多くのものを負うている。

② 鈴木正毅「確からしさ」(岩崎書店，1965年6月)

③ 教科書；数Ⅲ(好学社，数研)，中3(大書)

(6) 中学校における確率指導の実践報告は，この3年間ほどの雑誌を調べてみたが，指導以前には一篇も見出せなかった。本稿をまとめているとき，次の一篇を見出したにとどまる。

田代政美「中学校における『集合および確率』の実験的指導と結果の考察」
(cf. 注1①pp.58〜63)；田代氏は，佐賀大学教育学部附属中学校2年生を対象とし，集合を5時間指導したあと「場合の数と確率」という章を設け，場合の数を2時間，確率を3時間指導したことを報告している。

補記 本稿の校正を行なっているところ，数学教育学会の春季年会が，京都大学理学部において開催された(昭和41年5月20日)。発表5つのうち，中学校における確率指導についてのものが3つあったことは興味ぶかく感じさせられた。発表者とテーマは次の通りである。

① 小泉忠男（武蔵工大附中高）「中学校における確率の指導」

② 田島一郎（慶応大学）「中学校に確率を入れる試み」

③ 筆者「中学校における確率の導入について」

いずれも，中学生を対象として，実際に指導を行なった結果にもとずくものであった。

確率のもつ意味にも深さがあるが，どの程度まで理解させられたか，現実とのつながりにおいて，生徒たちのみる眼にどのような影響を与えたか，という点から考えて，確率の導入や展開の方法について，もっと考える必要のあることを反省させられた。

筆者の今回の確率指導は，数学的に整理されすぎていたのではないか。確率指導における確率実験は，どんな目的で行なうのがよいのか。また，事象がはじめから確率をもっているという前提のもとに指導する方がよいのか，それとも，確率は与えるものであるという前提のもとに指導すべきなのか，中学校の段階ではどちらが望ましいのか。統計的確率と数学的確率とを区別する必要があるのか，そのどちらに重点をおくのか，等々。

今回，本稿で述べた確率指導とは異なった展開の方法も可能であることの示唆もうけたが，これらについては，次回の第二次実験指導で試みたいと考えている。

高校における集合代数と論理の指導について

岡　森　博　和

〔Ⅰ〕 は じ め に

高校の1年のはじめに集合の考えをかためて指導しておいて，その考えを各パート（たとえば，不等式と領域，図形と式，軌跡，方程式，関数，……）に利用し，また集合代数に発展させて，これらを利用して論理を指導したい。そうすることによって，高校における集合指導の位置づけと数学Ⅰの数学と論証というあいまいな項の解消への努力をはらいたいというのがさゝやかな実験への意図であります。

（第1回実験）

実験期日　1963年5月から6月まで　総計25時間

実験対象　高校1年　139名

内容，時間配当

⑴ 集合……4時間

① 集合とは何であるか

集合，要素，有限集合，無限集合

② 集合の表わし方

③ 部分集合，部分集合の作り方

和集合，積集合，空集合

全体集合，補集合

⑵ 数の集合……6時間

① 数の集合と四則計算

② 数の集合と大小関係

③ 整数の集合，整式の集合

⑶ 集合代数……5時間

⑷ 集合と論理……6時間

⑸ 論理……4時間

主として，この実験では集合指導の位置づけを確認したが，集合と論理，また一般命題などで具体性とのむすびつきがはっきりしなかったので生徒には現実感がなく抵抗が多かった。それで，このことなどを考慮してつぎの第2回の実験を試みた。

〔Ⅱ〕 第2回の実験報告

実験期日　1965年5月から6月まで　総計23時間

実験対象　高校1年　177名（このうち付中生113名は集合の定義，そのあらわし方，部分集合を指導し，対応を主とした関数指導をうけている。）

1. 集合代数の指導過程と問題点

⑴ 集合代数（計9時間）

集合代数の指導の展開は，ひきつづいて論理を指導することを念頭においている。

① 集合とその要素（1.5時間）

㋐ 集合の定義：　集合とはある定まった条件を満たす〝ものの集まり〟と定義し，1つの要素のものも集合であることを理解させる。

（問1）つぎのおのおのはひとつの集合をあたえているか。

ⓐ 高校生の集まり　ⓑ 整数全体　ⓒ 背の高い人の集まり

ⓓ このクラスの机　ⓔ 3角形の全体　ⓕ $\sqrt{3}$の近似値全体

ⓖ あたえられた3角形と合同な3角形の全体

ⓗ 1から50までの整数　ⓘ きれいな花の集まり　ⓙ 犬の集まり

④ 有限集合と無限集合： 有限集合，無限集合をとわず1つのものとして考えさせる。

⑦ 集合のあらわし方： 集合をあらわすには，A，B，C，……，その要素 a，b，c，……また，"a が集合Aの要素である" ことを $a\in A$，"a が集合Aの要素でない" ことを，$a\notin A$ であらわす。

集合をあらわすのに，ふつう，つぎの3つの方法がもちいられる。

- 文章をもちいて，"6以下の自然数の集合" "素数の集合"
- 要素をそのままかきならべて，"−4以上の負の整数" は $\{-1, -2, -3, -4\}$ "自然数の集合" は $\{1, 2, 3, 4, \cdots\cdots\}$
- 集合はその要素のみたす条件によってはっきりとあたえられることから，"3より大きい実数全体" は $\{x|x>3\}$，"偶数全体" は $\{x|x=2m,\ m$は自然数$\}$

（問2）つぎの集合は，それぞれ，どのような集合であるか。

ⓐ $A=\{x|x^2-1=0\}$ ⓑ $B=\{\triangle ABC|AB=BC=CA\}$

ⓒ $C=\{x|(x+1)(x-2)>0\}$

② 部分集合，和集合，積集合（2時間）

⑦ 部分集合： $x\in A$ ならば $x\in B$ ということが，Aの任意の要素 x についてなりたつとき，AはBの部分集合であるといい，$A\subseteq B$ であらわす。任意集合Aにたいして，$A\subseteq A$ の関係が成立することを認めさせる。

真部分集合についても定義し，$A\subseteq B$ であらわす。また $A=B$ も説明しておく。

④ 和集合，積集合： 教室の中で，たて2列，よこ2列の和集合，積集合など身辺についてつくらせる。いっぱんに $\{x|x\in A$ または $x\in B\}$ を集合AとBの和集合（または合併集合）といい，$A+B$（または $A\cup B$）であらわす。

また，$\{x|x\in A$ そして $x\in B\}$ を集合AとBの積集合（または共通集合）といい $A\cdot B$（または $A\cap B$）であらわす。

これらは3つ以上の集合について同様にいえる。また，$A\cdot B=0$ より空集合を定義し0（または ϕ や $\{\quad\}$）であらわす。任意の集合Aにたいし $0\subseteq A$ ということを約束する。

（問3）つぎの集合のあいだに，どのような関係があるか。

A＝{平行4辺形}， B＝{長方形}， C＝{ひし形}， D＝{正方形}

⑦ 部分集合の数： 空集合もいれて，具体的につくらせる。これらよりつぎの定理を認めさせる。

（定理1）要素 n 個の集合 $A=\{a_1, a_2, a_3, \cdots\cdots a_n\}$ の部分集合の総数は 2^n 個である。

㊁ 全体集合： 補集合平面幾何では平面上の点全体の集合，また，不等式では実数全体の集合を，おのおの1つの基礎になる集合と考え，この集合を，全体集合といい，記号1であらわす。また，$\{x|\in 1$ そして $x\notin A\}$ なる集合をAの補集合といい，A'（または A^c）であらわす。補集合を考えるときには，とくに全体集合をはっきりさせてる。任意の集合Aについて，$A\subseteq 1$ が成立する。

クラスの生徒全員を全体集合として，部分集合，和集合，積集合，補集合などをつくらせる。

③ ベン図，基本法則（1時間）

⑦ ベン図： ベン図の使用について，集合が3つまでに効用であること（説明略す），ベン図で確認されたことは証明されたこととして認める，ベン図で3つ（または2つ）の集合について論ずるとき，（図1）で一般性があることを認めさせる（説明略す）

④ 基本法則： ベン図をもちいて，つぎの諸法則の成立することを認めて，以下X・YをX

Yとかくことにする。

（交換法則）　(1 a) $XY=YX$　(1 b) $X+Y=Y+X$

（結合法則）　(2 a) $X(YZ)=(XY)Z$　(2 b) $X+(Y+Z)=(X+Y)+Z$

（分配法則）　(3 a) $X(Y+Z)=XY+XZ$　(3 b) $X+YZ=(X+Y)(X+Z)$

（トートロジー）　(4 a) $XX=X$　(4 b) $X+X=X$

（吸 収 律）　(5 a) $X(X+Y)=X$　(5 b) $X+XY=X$

（補集合の法則）　(6 a) $XX'=0$　(6 b) $X+X'=1$　(7 b) $(X')'=X$

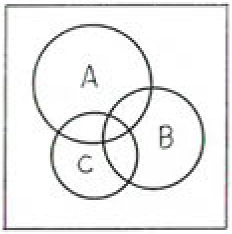
（ド・モルガンの法則）　(8 a) $(XY)'=X'+Y'$　(8 b) $(X+Y)'=X'Y'$

（0と1の演算）　(9 a) $0X=0$　(9 b) $1+X=1$　(10 a) $1X=X$

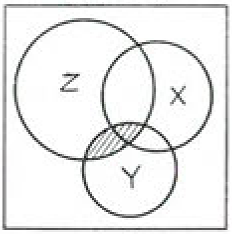
(10 b) $0+X=X$　(11 a) $0'=1$　(11 b) $1'=0$

いま，分配法則（3 b）すなわち，$X+YZ=(X+Y)(X+Z)$の成立することを，ベン図で図のように確認しておく。他の諸関係もおなじように認める。双対の原理も説明しておく。

（図　1）

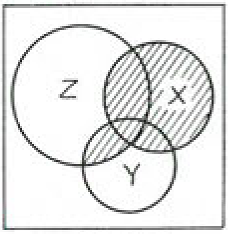


（図2の1）



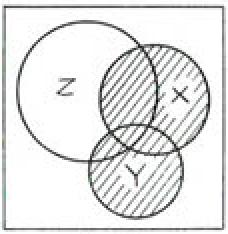
Y　Z

（図2の2）



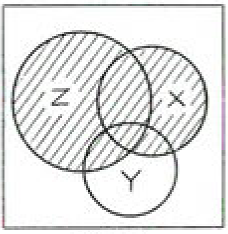
$X+YZ$

（図2の3）



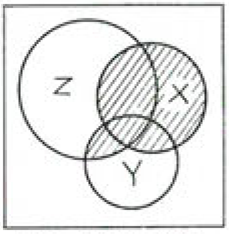
$X+Y$

（図2の4）



$X+Z$

（図2の5）



$(X+Y)(X+Z)$

④　集合の演算（2時間）

（例1）　$XY+ZW$を1次因数に分解せよ。

（解）　$XY+ZW=(XY+Z)(XY+W)$　　(3 b)による

$=(Z+XY)(W+XY)$　　(1 b)による

$=(Z+X)(Z+Y)(W+X)(W+Y)$　　(3 b)による

（例2）　$X(X'+Y)+Y(Y+Z)+Y$を展開して，かんたんにせよ。

（解）　$X(X'+Y)+Y(Y+Z)+Y$

$=XX'+XY+Y(Y+Z)+Y$　　(3 a)による

$=0+XY+Y(Y+Z)+Y$　　(6 a)による

$=XY+Y(Y+Z)+Y$　　(10 a)による

$=XY+Y+Y$　　(5 a)による

$=XY+Y$　　(4 a)による

$=Y$　　(5 b)による

つぎの定理を認めておく。

（定理２）　２つの集合，X，Yのあいだに

$X+X'Y=X+Y$

（定理３）　$(A+B+C)'=A'B'C'$

$(ABC)'=A'+B'+C'$

（問５）つぎの式を展開して項を少なくせよ。

ⓐ　$(X+Y'X)(X+YZ)$　　ⓑ　$(X+Y)(X'+Y)(X+Y')(X'+Y')$

ⓒ　$(XY'+YZ)(X'Y'+XZ+YZ)$

（問６）つぎの式を１次因数に分解せよ。

ⓐ　$X+Y'Z$　　ⓑ　$XY'+X'(Y+Z)$　　ⓒ　$AB'+A'BC$

（問７）つぎの式をかんたんにせよ。

ⓐ　$ABA'B'$　　ⓑ　$ABC+A'+B'+C'$　　ⓒ　$(A+B'+C)(AB+A'C')$

この演算は，生徒は非常に興味をもち，テストの結果からわかるようによく理解できた。また，この演算を学習することによって，いままでの 数の式の 法則の重要な 意義をふかめたようである。

⑤　包含関係（１時間）

ベン図によって，つぎのことがいえる。$A\subseteq B=0$，$A'+B=1$，$AB=AA+B=B$のいずれも同値である。

これらの関係よりつぎの定理がみちびかれる。

（定理４）　$A\subseteq B$そして$B\subseteq C\rightarrow A\subseteq C$

（定理５）　$A\subseteq B$そして$A\subseteq C\rightarrow A\subseteq BC$

（証明）　$A\subseteq B\quad\therefore A'+B=1$

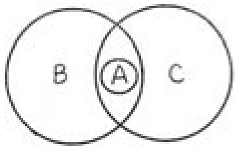
$A\subseteq C\quad\therefore A'+C=1$

$\therefore\ (A'+B)(A'+C)=1$

$\therefore\ A'+BC=1$

よって，$A\subseteq BC$

（図　３）



ベン図では図３で認められる。

（問８）つぎの式を記号＝であらわせ。

ⓐ　$X'Y\subseteq Z$　　ⓑ　$XY'+X'Y\subseteq Z+Y$

（問９）つぎの式を記号⊆であらわせ。

ⓐ　$(X'+Y)(Z+W')'=0$　　ⓑ　$X+Y'+Z'+W'=1$

包含関係はつぎの集合と論理のところで応用する分野である。

⑥　有限集合の濃度（１時間）

濃度とは集合の要素の個数のことである。いま集合Aの濃度を$m(A)$であらわすといっぱんに，３つの集合A，B，C，の濃度は

$m(A+B+C)=m(A)+m(B)+m(C)-m(AB)-m(BC)-m(CA)+m(ABC)$

この等式の成立は集合代数の演算で説明できる。

（問10）ある会合で，120人の出席者があった。そのうち何人かの人に赤，白，青の札をわたした。ただしおなじ色の札は１枚しかわたさない。

この結果，赤札は49人，白札は48人，青札は47人のものがうけとり，赤白２枚は16人，白青２枚は15人，青赤２枚は14人，青白赤３枚は６人の者からうけとった。

ⓐ　まったく札をもらわなかったものは何人か。

ⓑ　いずれかの1枚だけしかもらわなかった者は何人か。

ⓒ　いずれか2枚の札をもらった者は何人か。

有限集合の濃度は，いままで生徒がくるしめられてきた問題だけに集合の考えをいれてのまとめは有効であった。

2. 集合代数指導後のテスト結果

代表的な問題と正答率（%）をしめす。

（問題1）　つぎの集合を包含関係の記号をもちいてあらわせ。（85%）

$A_1=\{x|x$は整数$\}$　　$A_2=\{x|x$は有理数$\}$　　$A_3=\{x|x$は実数$\}$

$A_4=\{x|x$は奇数$\}$　　$A_5=\{x|x$は複素数$\}$　　$A_6=\{x|x^2-4x+3=0\}$

（問題2）　$A=\{x|x^2-2x\leqq 0\}$，$B=\{x|x^2-4x+3\}\geqq 0$とするとき，つぎのような数の集合を同様な記号で示せ。

ⓐ　AとBの両方に属する数（92%）　　ⓑ　AとBの少なくとも一方に属する数（85%）　　ⓒ　Aに属し，Bに属さない数（81%）

（問題3）　つぎの式を展開せよ。

ⓐ　$(X+Y'X)(X+YZ)$（96%）　　ⓑ　$(XY'+YZ)(X'Y'+XZ+YZ)$（79%）

（問題4）　つぎの式を因数分解せよ。

ⓐ　$AX'+AY(X+Z)$（92%）　　ⓑ　$ABC+A'D$（83%）

（問題5）　つぎの式をかんたんにせよ。

$(A+B'+C)(AB+A'C')'$　（87%）

3. 論理の認識調査

調査のねらいは論理的に正しい推論ができるか，また逆や裏を使っていないか，そして対偶とか，背理法的考えはどうかなど。以下，代表的な調査をあげてみる。

（調査）つぎの{　　}のなかでのべられていることが正しいとするならば，それから導き出される結論が正しいかどうか調べよ。そして，正しいものは○印，正しくないものには×印を□の中に記入せよ。（%は正答率を表わす。）

① {付高生はすべて勤勉である。彼は付高生である。}　ゆえに，彼は勤勉である。　□　（96%）

② {20才以上であれば，その人は投票権をもっている。彼は投票権をもっている。}　ゆえに，彼は20才以上である。　□　（70%）

③ {運動免許をもっていないならば，その人は自動車を運転できない。彼女は運転免許をもっている。}　ゆえに，彼女は自動車が運転できる。　□　（64%）

④ {彼は日本人である。日本人はフランス人ではない。フランス人は西洋人である。}　ゆえに，日本人は西洋人でない。　□　（34%）

⑤ {水泳の好きな人は必らず映画がきらいである。山登りのきらいな人は必らず旅行がきらいである。A君は映画または，旅行のいずれかが好きである。A君は山登りがきらいである。}　ゆえに，A君は水泳が好きでない。　□　（42%）

とくに，正答率の低いのは，裏などを使っているのに原因があるようで，いま少し推論形式などを意識的に指導することを考えてみた。

4. 論理の指導過程と問題点

(2) 論理（計14時間）

① 集合をつかった論理（4時間）

ここでは，たえず生徒には現在集合が対応できる論理を学習していることを強調し，例題の

選択などに注意をはらった。現行の教科書などでは主として集合をつかって論理を指導し，一般命題を指導しないため生徒がすぐに一般命題に集合を対応させてかえって論理が混乱することがあるので，とくに上記の点に留意して指導を行なった。

⑦ 集合と論理

(i) "または"

"△ABCは2等辺3角形であるか，または直角3角彼である。"……④

△ABCをx，2等辺3角形の集合をM，直角3角形の集合をNとあらわすと，"△ABCは2等辺3角形である。" "△ABCは直角3角形である" はそれぞれ，$x \in A$，$x \in B$とあらわされ④はxがA，Bの和集合A+Bに含まれることであって，$x \in A+B$とあらわされる。

日常語の"または"との区別，方程式の解を $\{x|(x-1)(x-2)=0\} \leftrightarrows \{x|x=1$ または $x=2\} \leftrightarrows \{1, 2\}$ の関係においてはっきりつかませた。

(交換法則)　A+B=B+A，(結合法則)(A+B)+C=A+(B+C)の成立がいえる。

以下集合代数の基本法則11種が集合の対応する論理について成立することを認めよう。

(ii) "そして"

"△ABCは2等辺3角形であり，そして直角3角形である"……⑫

④と同じように考えて，$x \in AB$とあらわす。

(交換法則)　AB=BA，(結合法則)(AB)C=A(BC)

(分配法則)　A(B+C)=AB+AC，A+BC=(A+B)(A+C)

いま，A(B+C)は，$x \in A$そして($x \in B$または$x \in C$)……㋩

AB+ACは，($x \in A$そして$x \in B$)または($x \in A$そして$x \in C$)……㊁

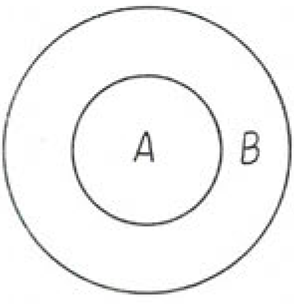
であり，たとえば付高生の集合をA，阪和線で通学する付高生の集合をB，近鉄線で通学する付高生の集合をCとし，彼をxとすると，㋩は彼は付高生であり，そして(阪和線で通学するか，近鉄で通学する)となり，㊁は(彼は付高生で阪和線で通学する)かまたは(彼は付高生で近鉄線で通学する)となる。

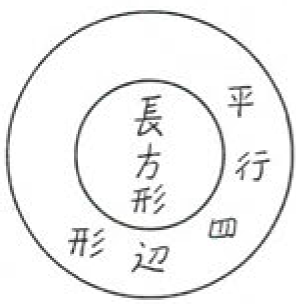
(吸収律) A(A+B)=A，A+AB=Aなど。

(iii) "～ならば"

たとえば，"$x>1$ならば$x^2>1$"……㋭，"長方形ならば平行4辺形である。"……㋬，"人間ならば動物である。"……㋣

㋬は"4辺形が長方形ならば平行四辺形である"となり，長方形の集合をA，平行4辺形の集合をBとすると，$x \in A$ならば$x \in B$ということになる。このことは集合Aと集合Bのあいだに$A \subseteq B$の関係が成立するということである。すなわち，"～ならば"ということと集合の包含関係が対応することがわかる。





(iv) “〜でない”（否定）

たとえば，“素数である”の否定は“素数でない”……⑥，“彼は付高生である”の否定は“彼は付高生でない”……⑦

⑦で彼をx，付高生の集合をAで，高校生の集合を全体集合1とすると，付高生でない高校生の集合はAの補集合A′で表わされる。⑦において“彼が付高生である”というのが$x \in A$である場合には“彼は付高生であい”というのは$x \in A'$と表わされる。すなわち，否定“〜でない”という関係は集合では補集合に対応することがわかる。

（ド・モルガンの法則）　$(AB)'=A'+B'$，$(A+B)'=A'B'$

論理では，前者は“xは2の倍数でもあり，そして3の倍数でもある”を否定すると“xは2の倍数でないか，または3の倍数でない”に対応することになり，後者は“彼は環状線かまたは地下鉄で通学する”を否定すると“彼は環状線でも地下鉄でも通学しない”に対応することになる。

（問1）　つぎの文章を上記の法則をもちいて同じ内容の文にあらためよ。

ⓐ　aとbは実数で（ともに正か，またはともに負）である。

ⓑ　$a(a^2+b^2)=0$の解は“$a=0$か，または$a=0$そして$b=0$である”

（問2）　つぎの文の否定をつくれ。

ⓐ“あの人はアメリカ人か，またはイギリス人である”

ⓑ　$x>1$そして$y>1$である。

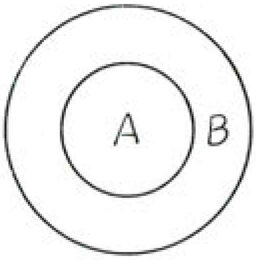
④　必要条件，十分条件

(i) 命　題

ここでは，“人間は動物である”，“長方形ならば平行四辺形である”などのように“もし〜ならば……”というかたちに変形できる限られたものだけを命題という。命題には真であるもと偽であるものとがあり，真であるとき集合の包含関係が成立する。命題pならばqを記号で$p \to q$とかき，pを命題の仮定，qを命題の結論という。

(ii) 逆命題

ある命題，$p \to q$にたいして，その仮定と結論をいれかえてできる命題をその逆命題という。たとえば，“人間は動物である”という命題の逆命題は“動物は人間である”しかし，この例からわかるようにはじめの命題が真であっても，その逆命題は真とは限らない。



A＝{人間}，B＝{動物}とすると，

$A \subseteq B$であるが，$B \subseteq A$となるとはきまらないからである。

(iii) 必要条件，十分条件

命題“$p \to q$”が真であるとき記号で$p \Rightarrow q$とかく，pはqのための十分条件，qはpのための必要条件という。いま，$p \Rightarrow q$のときpである集合をA，qである集合をBとするとき$A \subseteq B$という包含関係になり，逆に$A \subseteq B$であるとき$p \Rightarrow q$である。たとえば，“$x=2$ならば$x^2-5x+6=0$である”……⑧と命題で，

$A=\{x \mid x=2\}$，$B=\{x \mid x^2-5x+6=0\}$とおくと$A=\{2\}$，

$B=\{1,\ 2\}$となり$A\subseteq B$であるから，㋐の命題は真となり"$x=2$である"ことは"$x^2-5x+6=0$である"ための十分条件"$x^2-5x+6=0$である"ことは"$x=2$である"ための必要条件である。

(iv)　必要十分条件，同値

命題"pならばqである"とその逆命題"qならばpである"がいずれも真のとき，すなわち$p\Rightarrow q$そして$q\Rightarrow p$であるときに"pである"ことは"qである"ための必要十分条件であるといい，"qである"ことも"pである"ための必要十分条件であるという。

たとえば，"$x>0$，$y>0$ならば$x+y>0$，$xy>0$である"，"$x+y>0$，$xy>0$ならば$x<0$，$y<0$である"はいずれも真で"$x<0$，$y>0$"は"$x+y>0$，$xy<0$"であるための必要十分条件であり，また"$x+y<0$，$xy<0$"は"$x>0$，$y>0$"であるための必要条件であるという。$p\Rightarrow q$のとき，集合でpである集合をA，qである集合をBとするとき$A\subseteq B$となり，同様に$q\Rightarrow p$のときは$B\subseteq A$となる。これは，$A=B$となって集合A，Bが一致することである。

すなわち，$p\Rightarrow q$そして$q\Rightarrow p$がなりたつときpとqは同値であるといい，記号で$p\Leftrightarrow q$とかく。同値には$A=B$という集合関係が対応する。たとえば，2数x，yで$x>0$，$y>0$と$x+y>0$，$xy>0$は同値である。

（問3）　つぎの命題の仮定と結論をいい，その真偽をいえ。

ⓐ　$a=b$ならば，$ax=bx$である。　　ⓑ　平家にあらざれば人にあらず。

（問4）　つぎの命題の逆命題をいい，その真偽をいえ。

ⓐ　$x=2$ならば$x^2-5x+6=0$である。　　ⓑ　日本人は東洋人である。

（問5）　つぎの□の中に"必要""十分""必要十分"の語を入れよ。

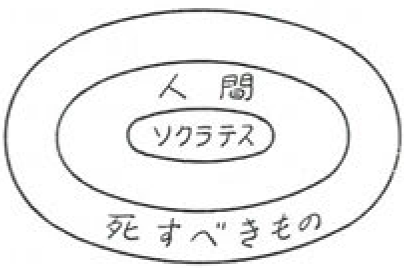
ⓐ　$x^2=1$は$x=1$の□条件ではあるが□条件でない。

ⓑ　4辺形の4つの辺が等しいことは，4辺形が平行4辺形であるための□条件である。

ⓒ　草は植物であるため□条件である。

㋒　三段論法

"人間は死すべきものである。"，"ソクラテスは人間である。"の2つの前提から，結論"ソクラテスは死すべきものである。"がみちびかれる。これが三段論法である。ソクラテスをA，人間の集合をB，死すべきものの集合をCとすると，これは，$A\subseteq B$，$B\subseteq C$ならば$A\subseteq C$に対応する。



（問6）　つぎのそれぞれ2つの前提から導かれる結論をのべよ。

ⓐ　正方形はひし形である。ひし形は平行4辺形である。

ⓑ　$x>1$ならば$\frac{x-1}{x}>0$，$\frac{x-1}{x}>0$ならば　$\frac{1}{x}<1$

ⓒ　彼はM高生である，M高生はみな男生徒である。

㋓ 裏と対偶

命題“pならばq”にたいして“pでないならばqでない”をその命題の裏命題という。記号で$\overline{p}\to\overline{q}$とかく。また，“$q$でないならば$p$でない”をその命題の対偶命題といい，記号で$\overline{q}\to\overline{p}$とかく。たとえば，“4辺形が長方形ならば，その対角線の長さは等しい”の裏命題，対偶命題はそれぞれ“4辺形が長方形でないならば，その対角線の長さは等しくない”，“その対角線の長さが等しくないならば，4辺形は長方形でない”となる。命題が真であるとき，裏命題が真であるとはかぎらないが，対偶命題はかならず真である。それと集合で，$A\subseteq B \Leftrightarrow B'\subseteq A$の成立することがわかる。ここで，ある命題とその逆，裏，対偶とのあいだの関係をまとめてみると

$$\begin{tikzcd}
\boxed{p\to q} \arrow[r, leftrightarrow, "逆"] \arrow[d, leftrightarrow, "裏"'] \arrow[dr, leftrightarrow] \arrow[dr, phantom, "対偶"] & \boxed{q\to p} \arrow[d, leftrightarrow, "裏"] \arrow[dl, leftrightarrow] \\
\boxed{\overline{p}\to\overline{q}} \arrow[r, leftrightarrow, "逆"] & \boxed{\overline{q}\to\overline{p}}
\end{tikzcd}$$

（問7） つぎの命題の裏，対偶をのべて，その真偽をいえ。

ⓐ $x=2$ならば$x^2-3x+2=0$である。 ⓑ ひし形の対角線はたがいに直交する。

ⓒ 日本人は東洋人である。 ⓓ $a=0$または$b=0$ならば，$ab=0$である。

㋔ 背 理 法

命題$p\to q$を証明するのに，それと同値な対偶$\overline{q}\to\overline{p}$を証明してもよい。そこで，$q$を仮定して，$p$に矛盾した結果$\overline{p}$，または公理や定理に矛盾した結果がみちびかれると，命題が真であることの証明になる。これを背理法という。

たとえば，“自然数nについてn^2が偶数ならばnも偶数である”の証明は背理法をもちいると，いまnが偶数でない，すなわち奇数であると仮定すると$n=2m-1$（mは自然数）となり$n^2=(2m-1)^2=2(2m^2-2m)+1$となり，$n^2$は奇数となり，これは$n^2$が偶数であるという仮定に反する。よって，$n$は偶数でなければならない。

また，命題“犯人は犯行時に犯行現場にいた”が真であるならば，この対偶は“犯行時に殺人現場にいなければ犯人ではない”は真で，これがいわゆる“アリバイ”で命題が真のときその対偶も真であることをもちいている。

以上は，ごく限られた命題についてだけなりたつもので，主として集合の包含関係によって推論を行なっている。いっぱん命題についてはつぎの章で考えることにする。

（問8） A組の生徒はバレーをしている，B組の生徒はソフトボールをしている，バレーとソフトボールの両方をする生徒はいない，上原君はソフトボールをしている。この4つの事実から集合の関係をつかって，つぎの文の真偽をいえ。

ⓐ 上原君はB組の生徒である。 ⓑ 上原君はA組の生徒ではない。

② ある種の命題群（4時間）

㋐ 単純命題

前章で，“もし〜ならば……”というかたちに変形できるものを命題といい，命題には真であるものと偽であるものとがあると学習したが，ここでは逆に“真偽が判定できる文を命題と定義することにする。

これから，わたくしたちはいろいろの命題について学習するが，はじめにはある種の命題群，すなわち現実感としてうけやすいかぎられた命題から学習することにする。たとえば，

“3は自然数である。” “3は偶数である” は命題で前者は真なる命題，後者は偽なる命題である。これらは単純命題とよばれ，つぎのように表わす。p：3は自然数である。q：3は偶数である。　また，真なる命題を T(True)，偽なる命題を F(False)であらわす。

④ 合成命題

まず，雨の日に校門で12人の付中生，付高生についてみるとつぎの表のようになった。

	付高生 p	女生徒 q	眼鏡 r	雨ぐつ s
①			○	
②	○		○	
③	○	○	○	○
④				
⑤		○		○
⑥	○			○
⑦	○	○		
⑧	○			
⑨				○
⑩		○	○	○
⑪				○
⑫	○	○		

$p_{①}$：①は付高生である(F)，$q_{③}$：③は女生徒である(T)

$r_{⑩}$：⑩は眼鏡をかけている(T)，$s_{⑫}$：⑫は雨ぐつをはいている(F)

(i) 合　接

単純命題を “そして”，“かつ” で結んでつくった命題を合接という。記号では $p \cdot q$ または $p \wedge q$ とかき，p，q の合接とよぶ。これから $p \cdot q$ は $p\,q$ とかくことにする。たとえば，とくにいま前記の表の同じ人について考えて，下記の＊は同じ人をあらわすことにする。

$p_{②}q_{②}$：②は高校生であり，そして②は雨ぐつをはいている。

合接の真偽は単純命題の真偽からつぎのようにきめられる。以下これらの表を真偽表（または真理表）とよぶことにする。

（合接の真偽表）

p_*	q_*	$p_*\ q_*$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

（離接の真偽表）

p_*	q_*	p_*+q_*
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

(ii) 離　接

単純命題を“または”で結んでつくった命題，記号では $p+q$ または $p \vee q$ とかき，p，q の離接とよぶ。たとえば，

$p_{⑤}+q_{⑤}$：⑤は付高生か，または⑤女生徒である。前記と同じように考えると $p+q$ の真偽表は上の表となる。

（否定の真偽表）

p_x	p'_x
T	F
F	T

(iii) 否　定

“～である”という単純命題に対して“～でない”を否定といい，記号では $\sim p$ または p' とかく。たとえば，$p'_{⑫}$：⑫は女生徒ではない。p' の真偽表も上の表となる。

㋒ 開いた文，真理集合

(i) 定　義

前記の表で，雨の日の校門の12人の付中高生 {①，②，③，④，⑤，⑥，⑦，⑧，⑨，⑩，⑪，⑫} を全体集合として，p_x：x は付高生である。q_x：x は女生徒。r_x：x は眼鏡をかけている。s_x：x は雨ぐつをはいている。という文を考える。ここで，x は変域を全体集合 {①，②，③，④，⑤，⑥，⑦，⑧，⑨，⑩，⑪，⑫} とする変数で p_x，q_x，r_x，s_x は開いた文とよばれる。

さて，前節からでわかるように，開いた文は命題ではないが，x が変域のある値をとったとき，それらは命題となり，真偽が決定する。そして，ある開いた文を真なる命題とする要素の集合をその開いた文の真理集合という。

たとえば，S_x：x は雨ぐつをはいている。では x に③，⑤，⑥，⑨，⑩，⑪のいずれかがはいれば真なる命題となるから，S_x の真理集合は S＝{③，⑤，⑥，⑨，⑩，⑪}

同様にして，P_x の真理集合は P＝{②，③，⑥，⑦，⑧，⑫}，

q_x の真理集合は，Q＝{③，⑤，⑦，⑩}，r_x の真理集合は R＝{①，②，③，⑩} となる。

これらの真理集合は，はじめにあたえられた全体集合である。

(ii) 開いた文の合成とその真理集合

○合　接

p_x：x は付高生である。q_x：x は女生徒である。から“x は付高生である，そして x は女生徒である”という開いた文をつくる。この文を命題の場合と同様に p_xq_x と表わすことにする。ここで２つの x には同じ要素がはいるものとする。つぎに，p_xq_x の真理集合は前節と同じように考えて，すなわち合接は両方の単純命題がともに真であるときに真であるから，PQ＝{③，⑦} となり，また RS＝{③，⑩} である。

○離　接

“x は高校生であるか，または x は女生徒である”は p_x+q_x で表わされ，単純命題のすくなくともいっぽうの命題が真であれば真となるから，P＋Q＝{②，③，⑤，⑥，⑦，⑧，⑩，⑪} となり，また R＋S＝{①，②，③，⑤，⑥，⑨，⑩，⑪} である。

○否　定

p_x：x は付高生であるから“x は付高生でない”という開いた文ができ，これを p'_x で表わす。p'_x の真理集合は，P'＝{①，④，⑤，⑨，⑩，⑪}

以上のことより，開いた文 p_x，q_x の真理集合をそれぞれ P，Q とするとき p_xq_x の真理集合は PQ で，p_x+q_x の真理集合は P＋Q，p'_x の真理集合 P′ である。

いま，２つの開いた文が等しいとは，それからの文の x にどのような要素を代入しようと，つねに真偽は一致すること，つまり真理集合が一致することである。すなわち，開いた文が

等しいとは，それからの文のxにどのような要素を代入しようと，つねに真偽は一致すること，つまり真理集合が一致することである。すなわち開いた文は同値であるといわれる。記号では等号(＝)をもちいる。たとえば，上記の関係式より $p_x(q_x+r_x)=p_xq_x+p_xr_x$。

このようなことから，集合代数の基本法則の11種がそのまま開いた文でいえることがわかる。なお，1_x は真理集合が1の開いた文でどの要素を代入してもつねに真となる開いた文である。同様に0_xは真理集合が空集合0となる開いた文で，どの要素を代入してもつねに偽となるものである。これらは実感としてつかみにくいが計算上つねにでてくる開いた文である。

㊁ 条件文

（i） 単純命題の合成として

単純命題を“～ならば”で結んでつくった命題を条件文といい，記号で $p\to q$ とかく。たとえば，p：明日は晴天である。q：ぼくはピクニックに行く。

（条件文の真偽表）

p	q	$p\to q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

より“明日晴天ならば，ぼくはピクニックに行く。”条件文の真偽表はつぎのようにきめられる。これはpが真でqが偽のときだけ $p\to q$ は偽，すなわち約束を破ったときだけが偽であることに留意しよう。

（注意）条件文も合接や離接や否定と同様単純命題の合成命題である。

（ii） 開いた文の条件文

いま，つぎの自然数を全体集合と考えよう。{1，2，3，4，5，6，7，8，10}p_x：xが3の倍数である。q_x：xが奇数である。とすると，条件文は“もしxが3の倍数であるならば，xは奇数である”となり$p_x\to q_x$で表わされる。前記より考えて，xに全体集合の要素がはいってp_xが真，そしてq_xが偽となる場合に$p_x\to q_x$は偽なる命題になる。つまり，xに $PQ'=\{6\}$の要素が入れば，$p_x\to q_x$ は偽なる命題になる。これから $p_x\to q_x$ の真理集合は，$(PQ')'=\{1,2,3,4,5,7,8,9,10\}$ となる。すなわち，$p_x\to q_x$の真理集合は $(PQ')'=P'+Q$となる。

㊂ トートロジー

開いた文を合成して，いろいろ複雑な開いた文がつくられるが，その中で真理集合が全体集合にひとしい場合に，その合成された開いた文はトートロジといわれている。このとき変数xにいかなる要素がはいっても真なる命題となる。たとえば，前記の全体集合 {1，2，3，4，5，6，7，8，9，10} でp_x：xが3の倍数である。q_x：xが奇数である。について$(p_x+q_x)+p_x$は開いた文の合成の定義から真理集合は全体集合に一致することがすぐわかる。$(p_x+q_x)+p'_x$の真理集合は，$(P+Q)+p'$となり演算して$(P+Q)+p'=(P+p')+Q=1+Q=1$となることがわかる。

ここで，重要なトートロジーを7種あげておこう。この証明には集合代数の演算をもちいる。

（i） $(p_x\to q_x)p_x\to p_x$ これがトートロジーであることは，つぎのように証明される。

（証明） p_xq_xの真理集合をPQとすれば$p_x\to q_x$の真理集合は $p_x\to q_x$ の真理集合は$P'+Q$，$(p_x\to q_x)p_x$の真理集合は$(P'+Q)P$，よって$(p_x\to q_x)p_x\to q_x$の真理集合は $\{(P'+Q)P\}'+Q$となり，$\{(P+Q)P\}'+Q=(P'+Q)'+P'+Q=(P'+Q)'+P'+Q=PQ+P'+Q=(P'$

$+PQ)+Q=(P'+P)(P'+Q)+Q=1(P'+Q)+Q=P'+Q'+Q=P'+1=1$

(ii) $(p_x\to q_x)(q_x\to r_x)\to(p_x\to r_x)$の真理集合は $\{(P'+Q)(Q'+R)\}'+(P'+R)=(P'+Q)'+(Q'+R')'+(P'+R)=PQ'+QR'+P'+R=(P'+PQ')+(P+QR')=(P'+P)(P'+Q)+(R+Q)(R+R')=1(P'+Q')+(R+Q)1=P'+Q'+R+Q=P'+R+Q'+Q=P'+R+1=1$

(iii) $(p_x\to q_x)q'_x\to p'_x$　　(iv) $(p_x+q_x)p'_x\to q_x$

(v) $(p_x\to q_x)(p_x\to r_x)\to(p_x\to q_xr_x)$

(vi) $(p_x\longrightarrow q_x)(p_xq_x\to r_x)\to(p_x\to r_x)$,　　(vii) $(p_x\to q'_x)'\to(p'_x\to q_x)$

㋕ 重要な同値関係

つぎに上記の集合代数の基本法則に対応する11種の同値な閉いた文のほかに，重要な同値関係を7種あげておく。

(i) $p_x\to q_x=q'_x\to p'_x$　　(ii) $p_x\to q_x=(p_xq'_x)\to p'_x$

(iii) $p_x\to q_x=(p_xq'_x)\to(r_xr'_x)$　　(iv) $p_x=p'_x\to(r_xr'_x)$

(v) $p_x\to q_x=p'_x+q_x$　　(vi) $(p_xq_x)\to r_x=(p_xr'_x)\to q'_x$

(vii) $(p_x\to q_x)'=p_xq'_x$

(問9) 上記の重要なトートロジーの (iii)～(vii) を証明せよ。

(問10) 上記の重要な同値関係の (i)～(vii) を証明せよ。

(問11) xは付高生であるならば，xは勉強する。xがおしゃれならばxは勉強しない。このときxが付高生であるならばおしゃれでないことを証明せよ。

③ 一般命題（4時間）

いままで，わたくしたちは“ある種の命題群”すなわち“限られた命題群”について学習してきたが，ここでは一般命題として自由にいろいろの命題群を考えることにする。しかし，ここで注意することは，じっさいにはなんの意味もない命題も考えられるが，わたくしたちの問題は命題群のいかんにかかわらず有効な推論の仕組みとはどういうものかということを学習するのだということを念頭におくことにする。

㋐ 合成命題

p：風が吹く，q：3は奇数であるとする。いま，合成命題の真偽表をつぎのように定義する。

◦合　接

pq：風が吹き，そして3は奇数である。

p	q	pq
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

◦離　接

$p+q$：風が吹くか，または3は奇数である。

p	q	$p+q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

◦否　定

p'：風が吹かない。

p	p'
T	F
F	T

◦条件文

$p \to q$：風が吹くならば3は奇数である。

p	q	$p \to q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

④　11種の恒等式

いま，$p(p+q)=p$ の成立することは真偽表をもちいて証明することができる。

p	q	$p+q$	$p(p+q)$
T	T	T	T
T	F	T	T
F	T	T	F
F	F	F	F

同様にして，つぎの11種の恒等式が成立することがいえる。

(i)　$pq=qp$，$p+q=q+p$

(ii)　$(pq)r=p(qr)$

(iii)　$p(q+r)=pq+pr$，$p+qr=(p+q)(p+r)$

(iv)　$pp=p$，$p+p=p$

(v)　$p(p+q)=p$，$p+pq=p$

(vi)　$pp'=0$，$p+p'=1$

(vii)　$(p')'=p$

(viii)　$(pq)'=p'+q'$，$(p+q)'=p'q'$

(ix)　$0p=0$，$1+p=p$

(x)　$1p=p$，$0+p=p$

(xi)　$0'=1$，$1'=0$

㋒　重要なトートロジー

いま，$(p\to q)(q\to r)\to(p\to r)$ がトートロジーであることを証明するのに真偽表をもちいるとつぎのようになる。

p	q	r	$p\to q$	$q\to r$	$(p\to q)(q\to r)$	$p\to r$	$(p\to q)(q\to r)\to(p\to r)$
T	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	F	T	T
T	F	T	F	T	F	T	T
T	F	F	F	T	F	F	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	F	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T

同様にして，つぎの7種の重要なトートロジーがなりたつことがいえる。

(i)　$(p\to q)p\to q$

(ii)　$(p\to q)(q\to r)\to(p\to r)$

(iii)　$(p\to q)q'\to p'$

(iv)　$(p+q)p'\to q$

(v) $(p\to q)(p\to r)\to(p\to qr)$　　(vi) $(p\to q)(pq\to r)\to(p\to r)$

(vii) $(p\to q')'\to(p'\to q)$

このことは，つぎの推論がつねに有効であることをしめしている。

(i) $\begin{array}{c} p\to q \\ p \\ \hline \therefore\ q \end{array}$　(ii) $\begin{array}{c} p\to q \\ q\to r \\ \hline \therefore p\to r \end{array}$　(iii) $\begin{array}{c} p\to q \\ q' \\ \hline \therefore\ p' \end{array}$　(iv) $\begin{array}{c} p+q \\ p' \\ \hline \therefore\ q \end{array}$

(v) $\begin{array}{c} p\to q \\ p\to r \\ \hline \therefore p\to qr \end{array}$　(vi) $\begin{array}{c} p\to q \\ pq\to r \\ \hline \therefore p\to r \end{array}$　(vii) $\begin{array}{c} (p\to q')' \\ \hline \therefore p'\to q \end{array}$

わたくしたちは，数学を学習しているとき，いちいちこれらの形式を表現して行なわないことが多いが，正しい推論をおしすすめる上に大切な形式である。

㋓ 重要な恒等式

いま，$p\to q=(pq')\to p'$ がなりたつことを真偽表をもちいて証明するとつぎのようになる。

p	q	$p\to q$	q'	pq'	p'	$(pq')\to p'$
T	T	T	F	F	F	T
T	F	F	T	T	F	F
F	T	T	F	F	T	T
F	F	T	T	F	T	T

同様にして，つぎの7種の重要な恒等式が成立する。

(i) $p\to q=q'\to p'$　(ii) $p\to q=(pq')\to p'$

(iii) $p\to q=(pp')\to rr'$)　(iv) $p=p'\to(rr')$

(v) $p\to q=p'+q$　(vi) $(pq)\to r=(pr')\to q'$

(vii) $(p\to q)'=pq'$

(例1)　つぎの証明をせよ。

(仮定)：明日天気がよいならば遠足にいく。明日天気がよくなければ授業がある。

(結論)：遠足にいかないならば授業がある。

(証明)：p：明日天気がよい。　q：遠足にいく。　r：授業がある。

$$\begin{array}{l} p\to q=q'\to p'\ (\because \text{(i)より}) \\ p'\to r \\ \hline \therefore q'\to r \qquad (\because \text{(ii)より}) \end{array}$$

(例2)　"a が正の実数であるとき，$a+\frac{1}{a}\geqq 2$ である。" これの証明を分析してかくと，㋑ a が実数ならば $(a-1)^2\geqq 0$，㋺ a が正の定数 $(a-1)^2\geqq 0$ ならば $\frac{(a-1)^2}{a}\geqq 0$，㋩ ㋑，㋺より a が正の実数ならば $\frac{(a-1)^2}{a}\geqq 0$，㋥ $\frac{(a-1)^2}{a}\geqq 0$ ならば $a+\frac{1}{a}\geqq 2$，㋭ ㋩，㋥より a が正の実数ならば $a+\frac{1}{a}\geqq 2$，ここで p：a は正の実数である，q：$(a-1)^2\geqq 0$，r：$\frac{(a-1)^2}{a}\geqq 0$，s：$a+\frac{1}{p}\geqq 2$　とおへとき，㋑，㋺→㋩の推論および㋩，

㊁→㊅の推論を p, q, r, s をもちいていえ。

（解）
$$\begin{array}{l} p\to q \\ pq\to r \\ \hline \therefore\ p\to r \end{array}\quad (\because(\text{vi})より) \qquad \begin{array}{l} p\to r \\ r\to s \\ \hline \therefore\ p\to s \end{array}\quad (\because(\text{ii})より)$$

（例3）　省略する。

（問12）　重要なトートロジー，重要な恒等式を真偽表をもちいて証明せよ。

（問13）　つぎの証明をせよ。

（仮定）：あの自動車が安くて，しかもエンジンがよいならば私はあの自動車を買う。あの自動車は安いが，私はその自動車は買わない。

（結論）：あの自動車はエンジンがよくない。

（問14）　“$a=0$，$b=0$ ならば $a^2+b^2=0$”の対偶命題をつくれ。

（問15）　省略する。

④　“すべて”と“ある”

②の12人付中生，付高生の調査について p_x：x は付高生である。q_x：x は女生徒である。などとおくと変域は $1=\{①, ②, ③, \cdots\cdots, ⑫\}$ である。いま，$\forall_x p_x = p_{①}p_{②}p_{③}\cdots\cdots p_{⑫}$ と定義し，“すべての x について p_x である”，“任意の x について p_x であるという”というようによむ。$p_{①}$，$p_{②}$，$p_{③}$，………，$p_{⑫}$ のすべてが真のとき $\forall_x p_x$ は真，それ以外のときは $\forall_x p_x$ は偽となる。また，$\exists_x p_x = p_{①}+p_{②}+p_{③}+\cdots\cdots+p_{⑫}$ と定義し，“ある x について p_x である”，“p_x であるような x が存在する”というようによむ。$p_{①}$，$p_{②}$，$p_{③}$，………，$p_{⑫}$ の中すくなくとも1つが真なら $\exists_x p_x$ は真それ以外の場合，$E_x p_x$ は偽となる。上の例で，

$(\forall_x p_x)' = (p_{①}, p_{②}, p_{③}, \cdots\cdots, p_{⑫})' = p'_{①}+p'_{②}+p'_{③}+\cdots\cdots+p_{⑫}' = \exists_x p'_x$

$(\exists_x p_x) = (p_{①}+p_{②}+p_{③}+\cdots\cdots+p_{⑫})' = p'_{①}\,p'_{②}\,p'_{③}\cdots\cdots p_{⑫} = \forall_x p'_x$ となる。

いっぱんにつぎのことが成立する。

㋐　重要な恒等式

（i）$(\forall_x p_x)' = \exists_x p'_x$　　（ii）$(E_x p_x)' = \forall_x p'_x$　　（iii）$(\forall_x p'_x)' = \exists_x p_x$

（iv）$(\exists_x p'_x)' = \forall_x p_x$

㋑　重要なトートロジー

（i）$\forall_x p_x \to p_1$　　（ii）$p\to \exists_x p_x$

（例1）　“このクラスの生徒はみんな勤勉である”の否定は，“このクラスのある生徒は勤勉でない”となり，“このクラスの生徒で風邪をひいているものがある”の否定は，“このクラスの生徒は全員風邪をひいていない”となる。

（例2）　つぎのことを証明せよ。

仮定：すべての生徒について，なまけものならば成績がわるい，T君はなまけものである。

（結論）：T君は成績がわるい。

（証明）：
$$\begin{array}{ll} \forall_x(p_x\to q_x) & \\ \hline \therefore\ p_T\to q_T & (\because(\text{i})より) \\ \quad p_T & \\ \hline \therefore\ q_T & (\because ①\ より) \end{array}$$

5. 論理指導後のテスト結果

代表的な問題と正答率(%)をしめす。

（問題1）　つぎのことを証明せよ。

（仮定）：ⓐよい車はエンジンがよい，ⓑエンジンがよい車はスピード出せる，ⓒ値段の高い車はスピードが出せる，ⓓ車体のよくない車は値段が高くない。

（結論）：㋑よい車はスピードが出る。(92%)

㋺値段の高い車は車体がよい。(89%)

㋩値段の高い車はスピードが出て，しかも車体がよい。(82%)

（問題2）　つぎの命題の対偶をつくれ。

$x+y>0$，$xy>0$ ならば $x>0$，$y>0$である。(90%)

（問題3）　つぎの命題の否定をつくれ

この組の生徒にはテストであっても，勉強しないものがいる。(78%)

（問題4）　つぎの式に適する具体例を1つあげよ。

ⓐ　$(pq)'=p'+q'$　(96%)　　　ⓑ　$\begin{array}{l} \quad p+q \\ \quad p' \\ \hline \therefore \quad q \end{array}$　(90%)

（問題5）　つぎの開いた文はトートロジーか。

ⓐ　$(q_x \to r_x)(r_x \to s_x) \to (q'_x \to s'_x)$　(81%)

ⓑ　$[\{(p_x \to q_x) \to r_x\} \to s_x]s_x p_x \to q_x$　(62%)

（問題6）　真偽表をもちいて，つぎのことを証明せよ。

ⓐ　$(pq \to r)pq \to r$　（トートロジー）　(94%)

ⓑ　$p(q+r)=pq+pr$　（恒等式）　(96%)

（問題7）　つぎの証明をせよ。

ⓐ（仮定）：　xが付高生であるならば，xは読書する。

xが付高生でないならば，xは魚つりをする。

（結論）：　xが読書しないならば，xは魚つりをする。　(94%)

ⓑ（仮定）：　あの家は間数が多く，しかも材木がよいならば，あの家を買う。

あの家は間数が多いが，わたしは買わない。

（結論）：　あの家は材木がよくない。　(82%)

〔Ⅲ〕　**実験後の生徒の感想**

- 集合は中学校のとき，一度少しだけ習ったためか，わりによくわかり興味がもてた。
- 事物を集合という点からとらえて，その関係を調べたのは興味がつのった。
- 集合はいままでの数学とはちがった考えで，スケールが大きく大へんおもしろい。
- いまの数学は機械的になりがちであるが，集合の方が頭がいるが，なかなか面白いと思う。
- 集合の計算は以前とちがって面白く思った。また教科書よりおもしろかった。
- 集合は系統だっているようで学びやすく興味があった。
- 集合を習って，今までの数学に対していだいていた感じが少し変ってきた。
- 教科書をはなれて新しい数学を学ぶことに興味がわいた。
- 数学の教科書の方程式をといてxを求めたりする機械的な作業よりも，頭で考えたりするのでおもしろい。
- わたしたちが，今まで学んできたことが，ここで学んだ推論が意識されずに使われていたことに興味をおぼえた。
- 論理が集合に対応するのがおもしろかった。
- トートロジーをやってうまく1になるというのに感激した。
- われわれの今までの論理（とくに日常生活の会話など）のあいまいさを知らされた。日常の

いろいろな事柄にこの論理を適用して考えるともっと面白いと思う。
- ややこしい証明でも推論形式などを使ってかんたんに証明できるなどは，すばらしいと思いまた興味をもつ。
- やはり空集合の考えがむつかしい。集合の定義は中学校で習っていたから，だいたいわかっていた。
- 幾何で点の集合を線ということがあるが，これはまちがいである。点が動いて線ができるのだと思う。
- 集合は今までやってきた代数との根本的にちがい，考え方のきりかえが困難だった。しかし，それだけにまた興味が深かった。
- 集合の演算がやり方によって答が違ってくる場合があって困った。
- 演算のところは興味があったが，どうもうまく理解できなかった。
  ベン図をかくとわかるが，頭の中ではうまくいかない。
- 集合は小さいとき小学校ぐらいからやるべきである。でないと今までの教科書でやったことなどと頭がごっちゃになってやりにくい。
- $p \to q$

T	T	T	
T	F	F	
F	T	T	命題からわからないから
F	F	T	偽ではないか？

- 包含関係が対応するとしないものの差がはっきりしない。
- 論理は日常語とちがったところがむつかしかった。
- 条件文は日常語とすっきりしない。
- たてがきによる証明はわかりにくかったが，文章を式にかえて証明するのは興味があった。
- 数学における言葉の使用が日常のそれと異なっているところがひかれた，また，そのためなかなかなれきることができなかった。

〔Ⅳ〕 ま と め

(1) 高校における集合，論理の指導は1年のはじめにかためて指導する。
(2) 論理指導に集合をもちいるが，一般命題にはいるまでにいくつかの段階がいるのではないか。
(3) 集合指導に小，中，高，一貫した立場の記号指導が必要ではないか。
(4) 集合指導と同様，論理指導もまず，中高の関連の上での推論形式などを考えるべきである。

参 考 文 献

(1) J. Eldon Whitesitt, "Beolean Algebra and its Application"
(2) 横地　清著 "論理教育の実験" 数学教育学会紀要V—2, 1963/64
"科学化をめざす数学教育" 誠文堂，新光社
(3) 矢野健太郎著 "教養の数学" 裳華房

光の回折像の分析 —物理生徒実験指導の一考察(その2)—

武　田　和　生

Ⅰ. は じ め に

昭和39年来，物理生徒実験についての研究を続けて来た。(1965年中間発表) 光の波動性のところでは，ヤングの実験，ニュートンリングの観察，分光計による波長測定，等があるが，本校では，生徒実験として分光計を用いて，種々の実験を行なわせた。分光計の使用については，調整に手間がかかることや高価なことで問題があろうが，数種の実験が行えてなかなか興味のあることである。(これについては，次回に発表したいと考えている。)

光の波動現象を指導して見て痛感したことは，生徒が回折現象そのもの（光にかぎらず）をよく理解していないということであった。回折現象を数学的に取扱うことは高校の段階では，困難である。又時間数の関係からあまり深く指導することはできないであろうが，もっと，系統的に，動的に理解させることが必要である。そこで，高校でどの程度まで，指導すべきか，又指導可能であるかを研究することにした。そのために，次の順序で研究することにした。

1. 光の回折現象を写真にとり資料をととのえる。
2. それら資料を利用して授業を行う。

昨年の四月に実験にとりかかった。ちょうど，物理クラブでスペクトルの研究をしたいといっていたので，関連のあることであるし，クラブ活動の指導の点からもいい機会であるので，フランホーファーの回折の方をやってもらった。

Ⅱ. フランホーファーの回折とフレネルの回折

光の回折現象は，大きく二つのグループに組分けすることができる。

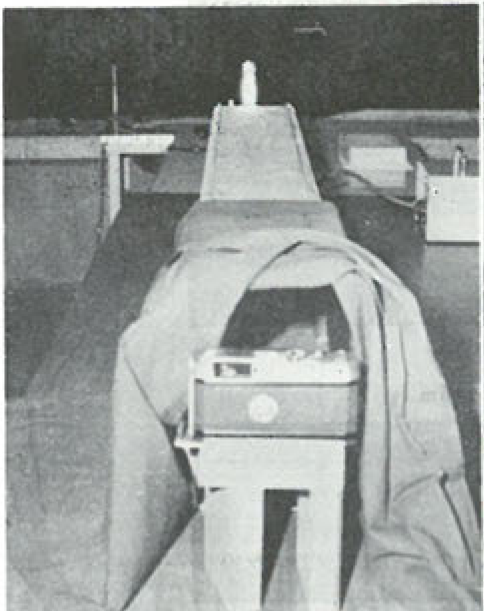
1. フランホーファーの回折………光源とスクリーンがスリットから無限遠にあると見なせるとき。
2. フレネルの回折…………………光源とスクリーン，あるいは，そのいずれかが有限の距離にあるとき。

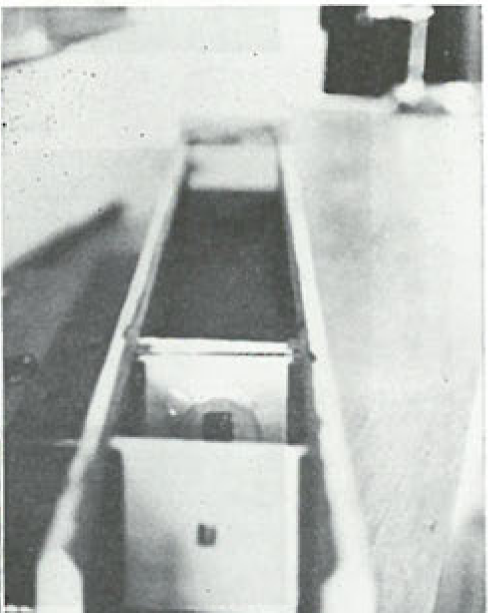
いいかえると，1. のときには，スリットの前後にレンズを置く。つまり，前のレンズで平行光線を作り，それをスリットに入射し，後のレンズでスリットを通過した光を，焦点平面上に集めて観察する。一方フレネルの回折では，レンズを使用せずに有限の距離で観測する。理論的取扱いにおいては，フランホーファーの回折の方がはるかに容易である。というのは，入射光が平行つまり平面波であるからである。しかし，レンズの軸あわせ，位置関係等写真撮影は困難である。一方フレネルの回折の方は，入射光が球面波であるために，複雑な計算が必要となり，分析は困難であるが，写真撮影は簡単である。

Ⅲ. フランホーファーの回折

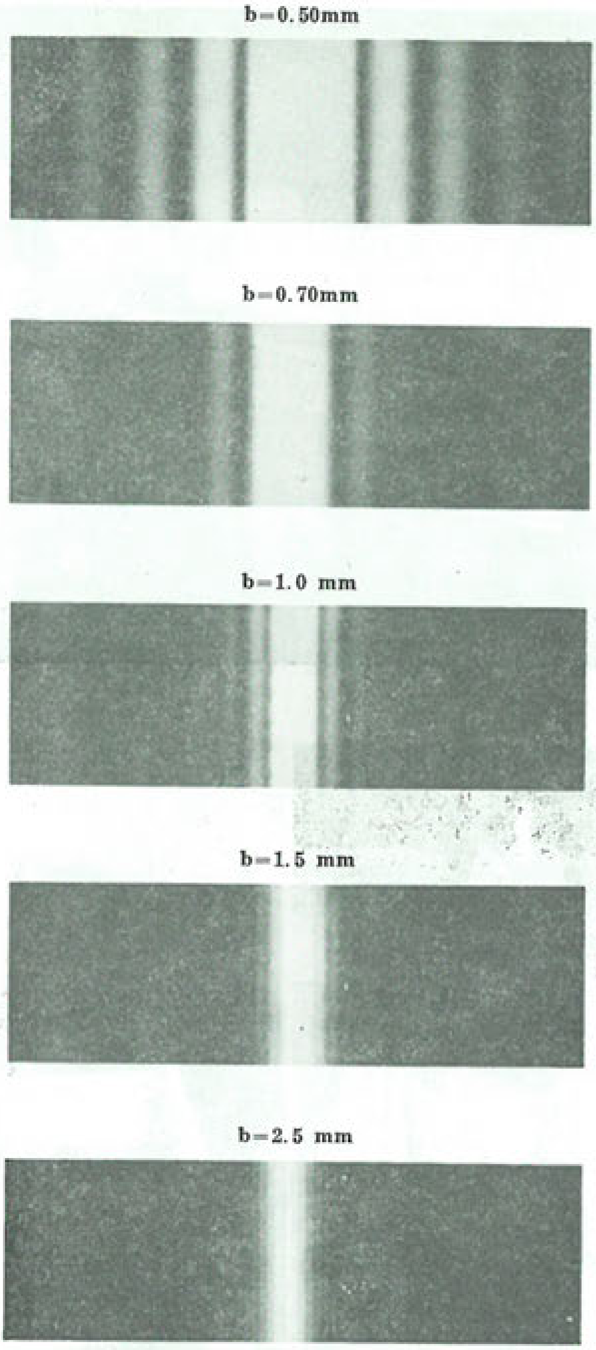
1. 単スリットによる回折

幅に比して長さの比常に長い，いわゆる線型のスリットを用いて，図1のような装置で実験を行った。装置のようすは，次頁の写真にのせてある。光源には単色光を用いるのが最も簡単な結果を得られるので便利である。しかし，光量が少ないので，Na—lamp と白色光源に黄色フイルターをかけたものとを使用した。





実 験 装 置



単スリットによる回折像（スリットの幅と回折像の関係）
Na-lamp 使用 ×4

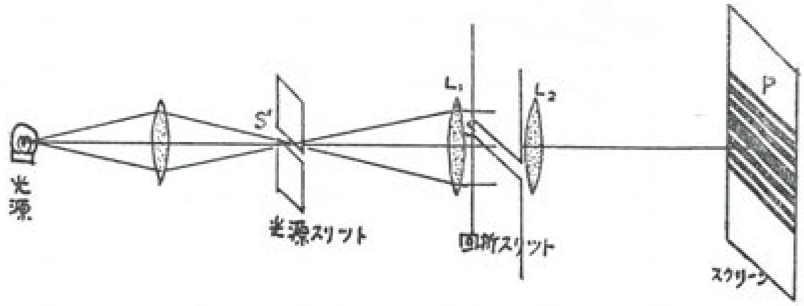


図 1. フランホーファ回折の実験説明図

1) スリットの幅と回折縞の関係

74頁の写真を観察すると，スリット幅が狭い程回折縞は太く，また広がっていることがわかる。このような回折縞があらわれる理由は，次に数学的に解説する。

2) スリット幅と回折縞の関係の数学的説明。

図2で，ds はスリット平面に到達した平面波の小部分であって，スリットの中心0から距離Sだけはなれている。各点からの素元波はレンズによりP_0にに集められる。また，一方スクリーン上の任意の点Pに各素元波の影響も集まる。dsの部分からでる素元波の振幅は，そのdsの長さに比例し，またスクリンの点までの距離に反比例する。P点における原点からの振幅は，球面波の式とやや変形された形で，

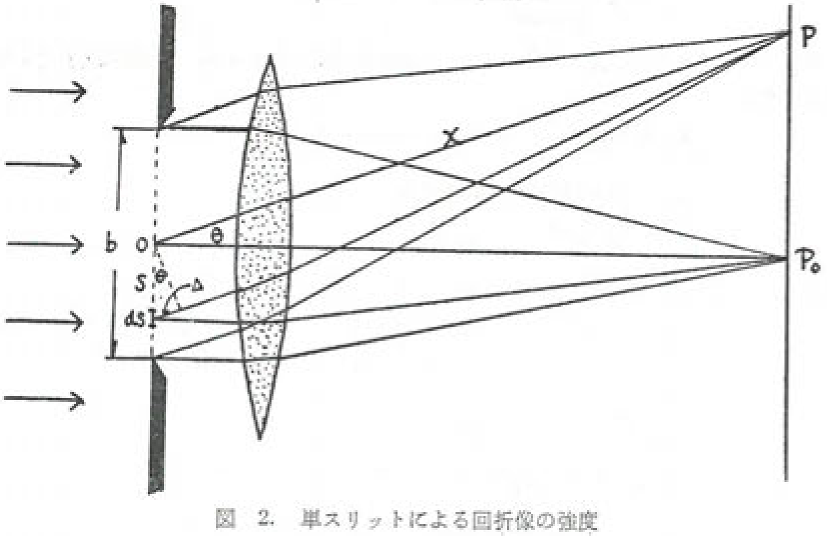


図 2. 単スリットによる回折像の強度

$$dy_0=\frac{ads}{x}\sin(\omega t-kx)$$

dsの位置は種々であり，上の式は，原点上のds，それら種々のdsからの振幅の変位は，それからPに至る距離の相違による。dsが原点からSだけ下の部分にあると，原点よりΔだけ距離が長くなるので，その振幅dy_sは

$$dy_s=\frac{ads}{x}\sin\{\omega t-k(x+\Delta)\}$$

$$=\frac{ads}{x}\sin(\omega t-kx-ks\sin\theta)\cdots\cdots(1)$$

スリット全体の影響を考えると，(1)式に於いて$S=-\frac{b}{2}\sim\frac{b}{2}$で積分するとよいことがわかる。これを簡単に行うには，原点からS，—Sだけはなれている二つのdsを一組と考えて積分すればよい。

$$dy=dy_{-s}+dy_s$$

$$=\frac{ads}{x}\{\sin(\omega t-kx-ks\sin\theta)+\sin(\omega t-kx+ks\sin\theta)\}$$

上式に $\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\cdot cos\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$を利用して

$$dy=\frac{ads}{x}\{2cos(ks\sin\theta)\sin(\omega t-kx)\}$$

を得る。この結果$S=0\sim\frac{b}{2}$まで積分すればよいことになり，p_0と0の距離xを定数とおいて，

$$y=\frac{2a}{x}\sin(\omega t-kx)\int_0^{\frac{b}{2}}\cos(kx\sin\theta)ds$$

$$=\frac{2a}{x}\left[\frac{\sin(ks\sin\theta)}{k\sin\theta}\right]_0^{\frac{b}{2}}\mathrm{uin}(\omega t-kx)$$

$$=\frac{ab\sin\left(\frac{1}{2}kb\sin\theta\right)}{x\quad\frac{1}{2}kb\sin\theta}\sin(\omega t-kx)\cdots\cdots(2)$$

この結果振動は単振動と同様の式になり，pの位置の変化によって，その位置における振幅も異なる。そこで

$$A=A_0\frac{\sin\beta}{\beta}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

$$\begin{pmatrix}\beta=\frac{1}{2}kb\sin\theta=\pi b\sin\theta/\lambda \\ A_0=\frac{ad}{x}\qquad k=2\pi/\lambda\end{pmatrix}$$

(3)式は，(2)式の振幅を具体的に描いたものである。βは，スリットの両端から，ある点までの二つの波の位相のずれの半分を表わしており，種々変化する。いままでのべて来たのは，光がスリット平面に垂直に入射するものとしていたが，角度iだけ傾いて入射したとすると，βの定義を拡張して

$$\beta=\frac{\pi b(\sin i+\sin\theta)}{\lambda}$$となる。

そこで各点に於ける光の強度Iは(3)より

$$I\sim A^2=A_0^2\ \frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

2) 縞模様の様子

次頁図3は単スリットによる回折写真の縞の図式説明である。中心0のところは，各点からの素元波がすべて同位相，つまり光路差が$\Delta=0$である点で，強度，振幅とも最大値を示す。(3)式でいうと，$\beta\to0$で　$\sin\beta/\beta\to1$となり，$\beta=0$で　$A=A_0$となる。A_0^2中央部で最大の強度をしめす。この最大の強度から$\beta=\pm\pi$で　強度が0になる。これは写真では暗いところである。つ

づいて±2π，±3π，…$\beta=m\pi$ で強度が0となる。強度の曲線で，2次の極大のところは，$\beta=m\pi$を満たす隣り合う2点の中点とならず，$|m|$が大きくなる程中点に近ずく。(図3参照)

その点の正確な値は　$A=A_0\frac{\sin\beta}{\beta}$をβで微分して傾きが0になる点である。故にその点は $\tan\beta=\beta$ の関係を満足している。

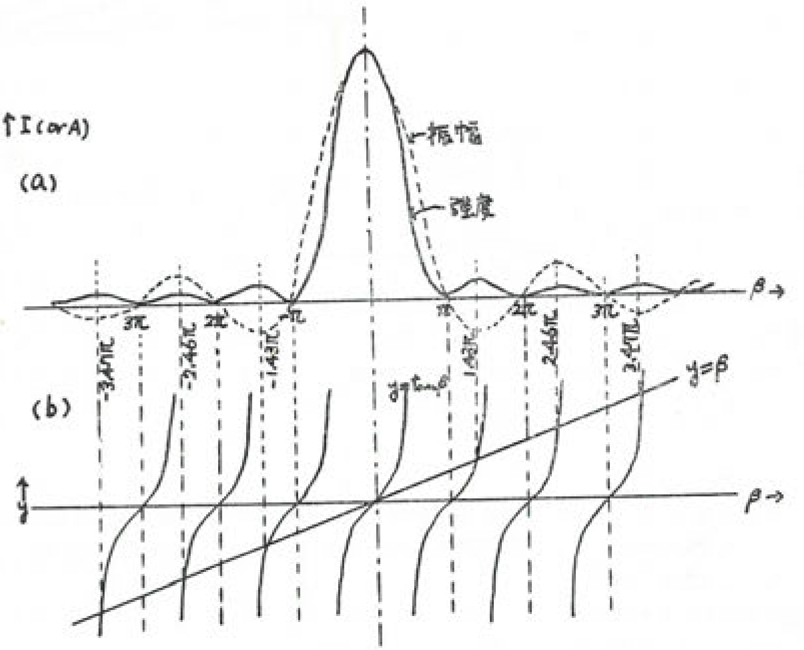


図3　振幅と強度の関係，極大，極小

次に上の図の各部分の強度の比を表わす。

m	0	1,000	1,430	2,000	2,459	3,000	3.471
Imax	1		0.0472		0.0165		0.0083
Part	最　大	First dark	第二極大	second dark	第3極大	third dark	第4極大

右の図で，P_1に達するスリットの両端からの光路差は，ちょうど波長の長さλであり，上端からの方が長い。したがってその位相差は$\beta=\pi$となる。つまり強度が0となる。P_3に於ける光路差は2λで，P_2における光路差は$^3/_2\lambda$である。つまり

$$2b\sin\theta=m\frac{\lambda}{2}$$

で，mが偶数のときは暗線，奇数のときは，明線がでてくる。又右図で2本の点線は，互いに垂直であるので $\theta_1=\theta_1'$ となり

$\lambda=b\sin\theta_1$ である。$\sin_1\fallingdotseq\theta_1$ とおけるから

$$\lambda=b\sin\theta_1=b\theta_1$$

すなわち$\theta_1=\frac{\lambda}{b}$故に$P_1$と$P_0$の距離$d$は

$$\left(\begin{array}{l} d=\dfrac{f\sin\theta_1}{\cos\theta_1}=\dfrac{f\cdot\theta_1}{\cos\theta_1} \\ \theta_1\to 0 \quad \cos\theta_1\to 1 \end{array}\right) \quad d=f\cdot\theta_1=f\frac{\lambda}{b}$$

2) 長方形スリットによる回折像。

先に述べた強度関数はスリット穴の幅での各点からの影響を積分した穴の長さは，幅に比べて著しく大きいので無視したのであるが，長方形スリットでの回折縞の強度は，穴の長さと幅の比，つまり縦と横の比が小さいので，その強度の正確な値を求めるには，縦と横の両方の球面波の2重積分を必要とする。そして正確に計算した結果，強度は，

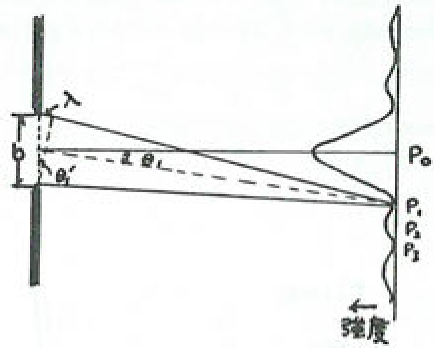


図4　単スリット回折像の第1極小

$$\mathrm{I}=b^2l^2\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\cdot\frac{\sin^2\gamma}{\gamma^2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

$$(\beta=\pi b\sin\theta/\lambda,\ \gamma=\pi l\sin\Omega/\lambda)$$

Ωはθをスリット幅bについて定めたように，スリット幅lについて定められる角度である。長方形スリットによる，回折像の写真は，次頁にある。このような模様は，かさの布目を通して，外灯の光を見たときに見える模様に似ている。この十字形の縞は，スリット幅が大きくなる程小さくなる。

＜写真説明＞

次頁写真は，いずれも Na—lamp 光源を用いた長方形スリットとよる回折像である。

フイルムは Fuji sss，露出は1時間半である。鮮明な縞を得るためには，光源をできるだけ点にしなければならない。

2. 複スリットによる回折。

1) 縞模様の定性的な性質について。—80頁写真参照—

80頁写真は，各種複スリットによる回折，干渉像である。各写真とも，単スリットによる回折像と，それと同じスリット幅を持つ複スリットによる回折像と並べてある。複スリットによる写真は，上より下の方が濃く焼いてある。複スリットによる回折干渉縞は，中央部であらわれ，中央から離れるにつれて0に近づき，再び観察可能の範囲で，二，三回強くなったり0になったりする。この変はスリット幅が大きい程，こまかく現われる。

2) 強度関数の導き方

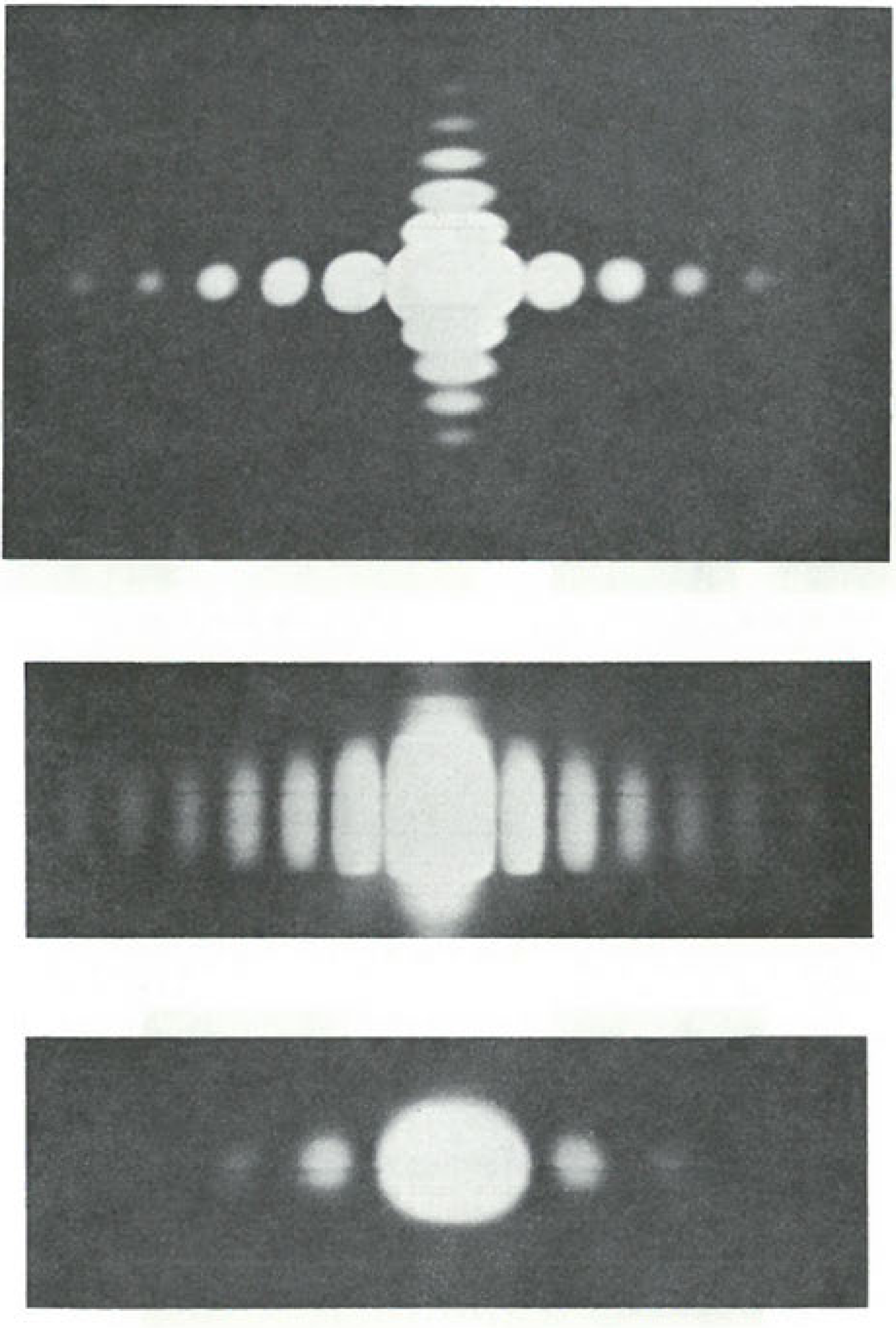
単スリットに用いた方法で，(2)式で積分の上下端を変えることによって強度関数を求める。原点を2本のスリットの中心にとると積分の範囲は$S=\frac{d}{2}-\frac{b}{2}$から$S=\frac{d}{2}+\frac{b}{2}$までとなる。これから次式を得る。

$$y=\frac{2a}{xk\sin\theta}\left[\sin\left(\frac{1}{2}k(d+b)\sin\theta\right)-\sin\left(\frac{1}{2}k(d-b)\sin\theta\right)\right]\times\left[\sin(\omega t-kx)\right]$$

$$\therefore y=\frac{2ba}{x}\ \frac{\sin\beta}{\beta}\cos\gamma\sin(\omega t-kx)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

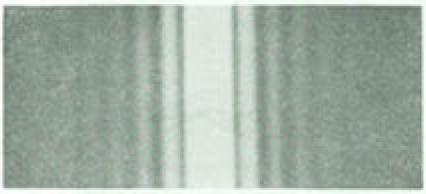
$$\left(\begin{array}{l} \beta=\dfrac{1}{2}kb\sin\theta=\dfrac{\pi}{\lambda}b\sin\theta \\ \gamma=\dfrac{1}{2}k(b+c)\sin\theta=\dfrac{\pi}{\lambda}d\sin\theta \end{array}\right)$$

強度は，$ba/x=\mathrm{A_0}$とおけば

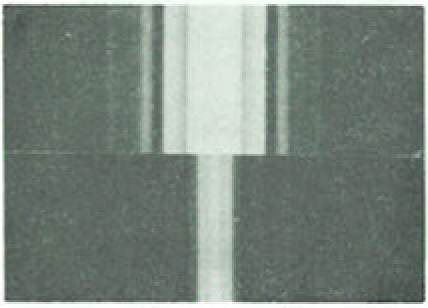


長方形スリットによる回折像
Na-lamp　×4

b=1.1mm

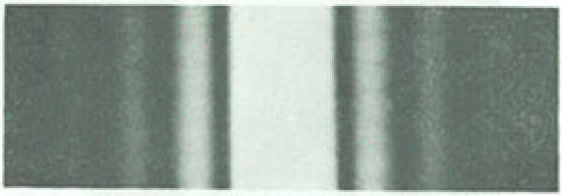


単スリット

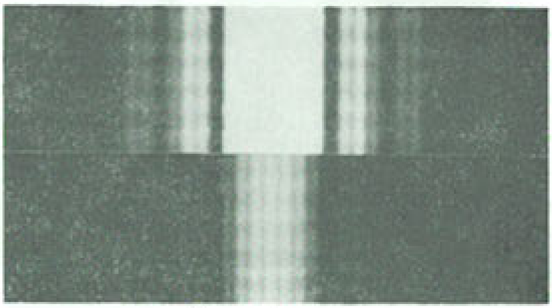


複スリット

b=0.6mm

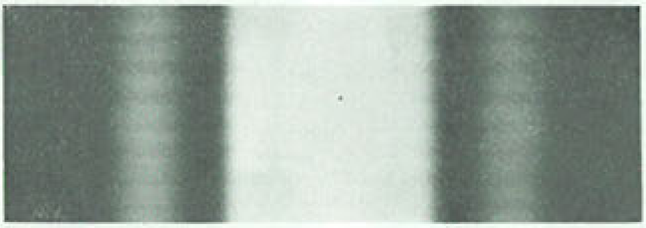


単スリット

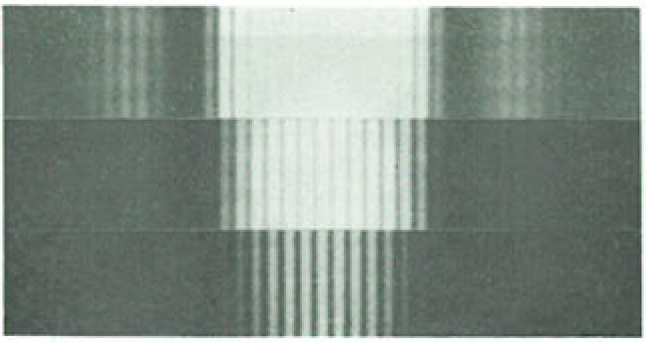


複スリット

b=0.2mm



単スリット



複スリット

複スリットによる回折　像Na-lamp×4

$$I = 4A_0^2\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\cdot\cos^2\gamma \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

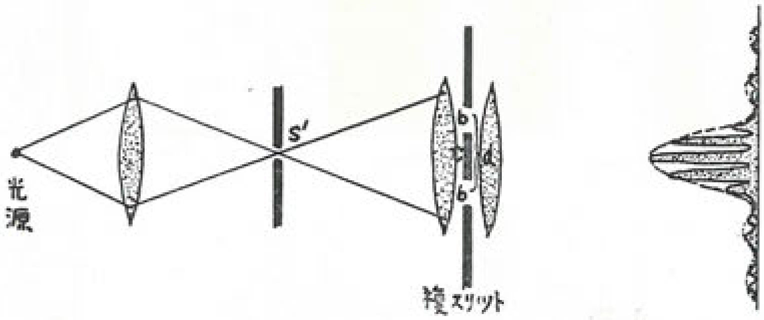


図5　複スリットによる回折像 $d=3b$

この式において因子 $\sin^2\beta/\beta^2$ は幅 b の単スリットの回折によるものである。

第2の因子 $\cos^2\gamma$ は2本の光束による干渉縞模様の特性を表わしている。

合成強度は，$\cos^2(\delta/2)$ に比例することがわかるよう $\gamma=\delta/\lambda$ とおくとよい。

両因子のどちらかが0になるとき，すなわち $\beta=\pi,\ 2\pi,\ \cdots$又は $\gamma=\pi/2,\ 3\pi/2\cdots$ の時強度は0となる。

二つの変数 β と γ は右図より独立していないことがわかる。スリット両端からスクリーンまでの光路差は，$b\sin\theta$ であり，その位相差は $(2\pi/\lambda)b\times\sin\theta$ つまり 2β である。二つのスリットの対応する二点からの光路差は，図中でスリットの下端の光路差で示しているように $d\sin\theta$ であり，位相差 δ は，$\delta=(2\pi/\lambda)d\sin\theta=2\gamma$ である。だから，スリット間の距離 d と各スリットの幅 b の間には，

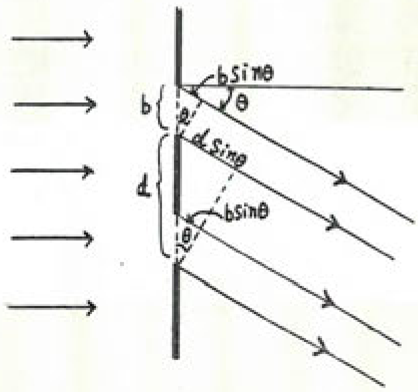


図6　複スリットからの平行光の光路差

$$\frac{\delta}{2\beta}=\frac{\gamma}{\beta}=\frac{d}{b}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

3)　単スリットと複スリッの縞模様の比較　―80頁，82頁写真参照―

複スリットと同じスリット幅の単スリットの縞模様を比較してみると，80頁，82頁にみられるように明らかに強度が単スリットの縞模様によって制限されていることがわかる。この制限は，$\sin^2\beta/\beta^2$ によって表わされる。複スリットの場合には強度は，その点にける単スリットの場合の4倍になっている。

4)　極大，極小の位置

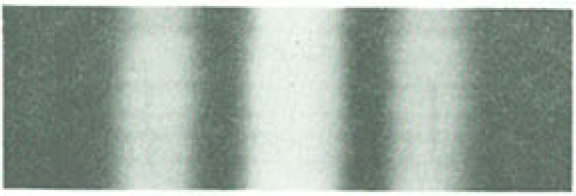
強度0の点は，$\gamma=\pi/2,\ 3\pi/2,\ 5\pi/2\cdots,\ \beta=\pi,\ 2\pi,\ 3\pi\cdots\cdots$のときである。

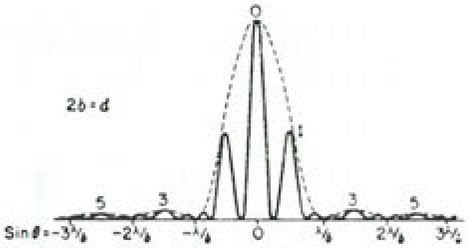
γ の項は干渉縞の極小であり，$\gamma=(\pi/\lambda)d\sin\theta$ であるから，

$$d\sin\theta=\frac{\lambda}{2},\ \frac{3\lambda}{2},\ \frac{5\lambda}{2}\cdots\cdots=(m+1/2)\lambda \qquad \text{極小}\cdots\cdots\cdots(9)$$

mは0から始ってすべての正の整数値を取る。β の項は回折縞の極小であり，

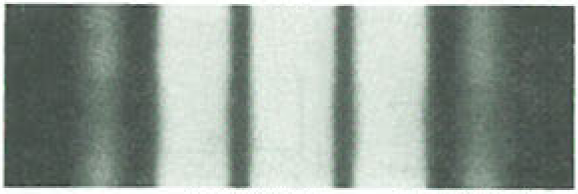
d=2b

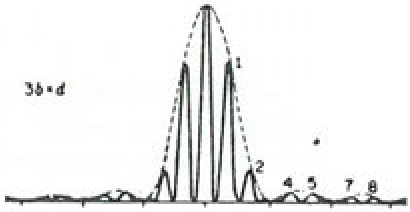




b=0.076mm　　d=0.155mm

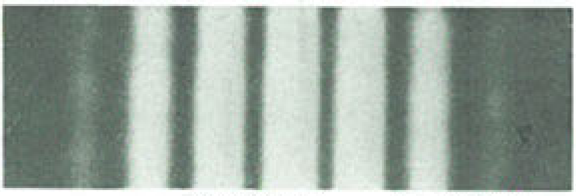
d=3b





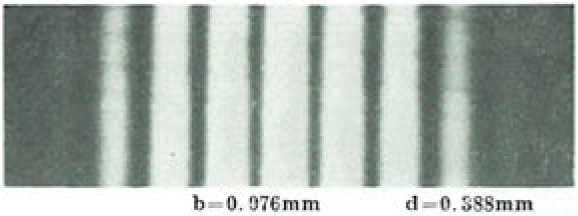
b=0.076mm　　d=0.233mm

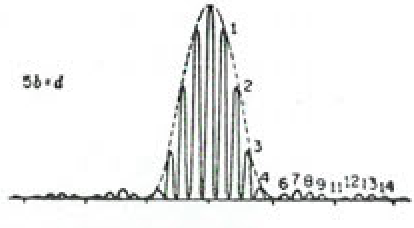
d=4b



b=0.076mm　　d=0.310mm

d=5b

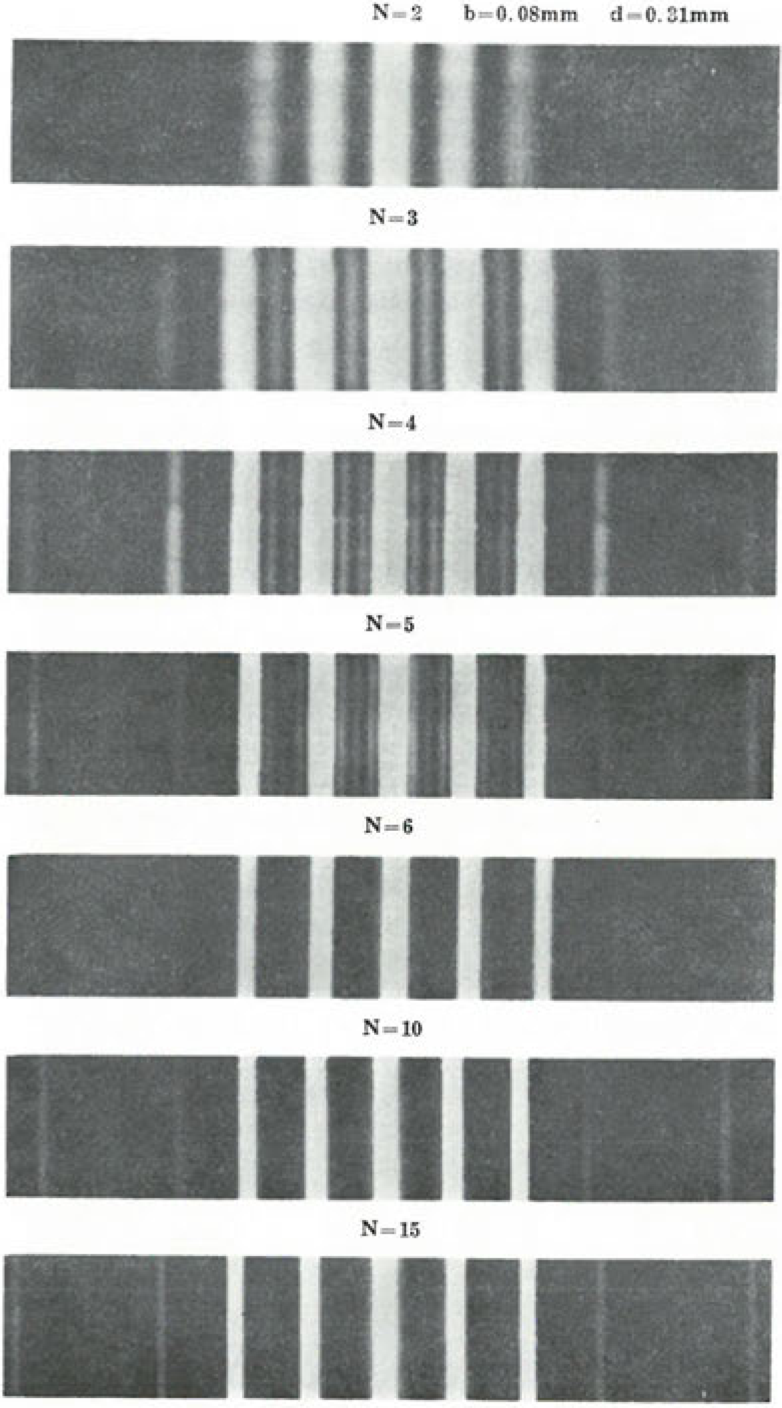




b=0.976mm　　d=0.388mm

複スリットによる回折像　(bとdの関係)

Na-lamp　×4



グレーチングによる回折像

$\beta=(\pi/\lambda)a\sin\theta$ であるから，

$$b\sin\theta=\lambda,\ 2\gamma,\ 3\lambda,\ \cdots\cdots=P\lambda \qquad \text{極小}\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

極大値の正確な位置は，簡単な関係では与えられないが $\sin\beta^2/\beta^2$ が無視できる範囲（スリットが大変せまいとき，又中央近くの最大値を考えるとき）

極大値の位置は $\cos^2\gamma$ によって決定される。つまり $\gamma=0,\ \pi,\ 2\pi\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$

ゆえに　$$d\sin\theta=\ 0,\ \lambda,\ 2\lambda,\ 3\lambda\cdots\cdots=m\lambda \qquad \text{極大}\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

整数mは，物理的に二つのスリットの相当する点からの光路差における波長の数を示し，又干渉の順序を示めす。（図6参照）途中の計算は省略するが，複スリットの縞模様が単スリット縞模様に制限されることにより，極大が次の条件を満足するとき missing orders となる。

$$\left.\begin{matrix} d\sin\theta=m\lambda \\ b\sin\theta=p\lambda \end{matrix}\right\}\frac{d}{b}=\frac{m}{p}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

<写真説明> 82頁の写真は，b を一定にしてdを変えた，つまり $d=2b$，$d=3b$，$d=4b$，$d=5b$ の場合の回折干渉縞の中央部の写真である。光源には Na—lamp を用い露出1時間で撮影したものである。右の強度曲線と比較していただきたい。

3.　回折格子。—83頁写真参照—

等幅の多くのスリットを平行，等間隔に並べて，各スリットの機能が等しくなるようにしたものを回折格子という。回折格子の強度模様は，非常に複雑であるが，複スリットの模様と共通した多くの特性を持っている。言いかえれば，複スリットは，N＝2の簡単な回折格子と考えられる。ここでは単にスリット数の増加に伴う縞模様の変化のみを調べた。

1）　スリット数の増加による縞模様の変化。

1，2，3……多くのスリットによる強度模様が83頁の写真に示されている。この場合，各スリットの幅は，すべて等しい。この模様は，フランホーファーの回折によって構成されている。スリット数が増加するとき，模様における最も注目すべき変化は，干渉の極大がせまくなることである。二本のスリットに対しては，これらは，前で示されたように cosine の2乗として本質的に変化する強度をもって広がっている。スリット数が増せば，これらの主極大は急速に鋭くなる。15本のスリットに対しては，それらは細い線になっている。今一つの変化は3，4，5本のスリットの模様にみられる弱い二次極大の様子である。それらの数は，スリット数に併って増加する。3本のスリットに対しては唯一つの二極大が存在し，その強度は，主極大の11.1％である。（図7参照）

実際には，全ての最大の強度は，用いられているスリットと同じ幅を持つ単スリットの模様によって決定される。12頁の写真に用いられているスリットの幅は全て等しいので，強度限界線の周限は，全く同じになっている。

又4本のスリットに対しては，二次極大が，二本存在し，5本のスリットに対しては，二次極大が三本存在している。このスリット数と二次極大の点についての理論的考察は，4)の項を参照されたい。

2）　強度分布

83頁写真に示めされたような模様はどんな性質を持っているか…という事を数式を用いて，定量的に分析して見よう。スリットについての振幅を a，スリット数をNとし，スリット間隔一つごとの位相差を δ で表わす。そうすれば，合成複素振幅は，次の級数の和になる。

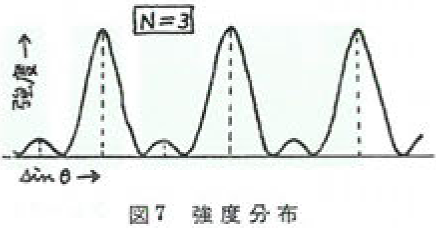


図7　強度分布

$$Ae^{i\theta}=a(1+e^{i\delta}+\cdots\cdots e^{i(N-1)\delta})$$
$$=a\frac{1-e^{iN\delta}}{1-e^{i\delta}}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

強度を調べるために，この式に共役複素数を乗ずる。

$$A^2=a^2\frac{(1-e^{iN\delta})(1-e^{-iN\delta})}{(1-e^{i\delta})\ (1-e^{-i\delta})}=a^2\frac{1-\cos N\delta}{1-\cos\delta}$$

三角公式　$1-\cos\alpha=2\sin^2\alpha/2$　を用いて

$$A^2=a^2\frac{\sin^2(N\delta/2)}{\sin^2(\delta/2)}=a^2\frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2\gamma}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

ここで複スリットの場合と同様 $\gamma=\delta/2=(\pi d\sin\theta/\lambda$, a^2 は，1つのスリットによる回折の強度を表しているから，前述の $A^2=A_0^2\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}$を代入することによって，グレーチングによる，Fraunhofer pattern の強度を得る。

$$I\approx A^2=A_0{}^2\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\cdot\frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2\gamma}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

この式にN＝2を代入すれば，たやすく複スリットの式　$I=4A_0{}^2\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\cos^2\gamma$ が得られる。

3)　主極大

$\sin^2 N\gamma/\sin^2\gamma$ は，N本のスリットによる干渉周期を表わしているということができる。これは $\gamma=0$，π，2π，……のとき最大値 N^2 を取る。このとき商は不定形になるのだが，次のことに注意すれば，この結果が得られる。

$$\lim_{\gamma\to m\pi}\left(\frac{\sin N\gamma}{\sin\gamma}\right)=\lim_{\gamma\to m\pi}\left(\frac{N\cos N\gamma}{\cos\gamma}\right)=\pm N$$

これらの極大の位置は，スリット間隔dが同じの複スリットのものと一致する。なぜなら上記のγの値に対して

$$d=\sin\theta=0,\ \lambda,\ 2\lambda\cdots\cdots=m\lambda\qquad \text{主極大}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

しかしながら，極大の強度は，スリット数の二乗に比例して増加する。いろいろな次数に対する相対強度は全面的に単スリットの回折による $\sin^2\beta/\beta^2$ によって決定される。その上スリット幅bとスリット間隔dとの関係が一定であるため，βとγの関係も一定となり，（8式）このことは消える次数の条件を与える。(12式)

4)　極小と二次極大

$\sin^2 N\gamma/\sin^2\gamma$ の分子 $\sin^2 N\gamma$ は，$N\gamma=0$，π，2π……一般に$P\pi<0$になる。特別な場合として，$P=0$，N，$2N$……のときは，$\gamma=0$，π，2π……となる。上述のごとく主極大となる。Pの他の値に対しては，分母は0とならないから，強度0となる。故に極小に対する条件は，$\gamma=P\pi/N$である。ただし$P\fallingdotseq mN$（mは次数）である。これらのγの値は次の光路差に該当する。

$$d=\sin\theta=\frac{\lambda}{N},\ \frac{2\lambda}{N},\ \cdots\cdots\frac{N-1}{N}\lambda,\ \frac{N+1}{N}\lambda\cdots\cdots\cdots\text{極小}\cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

それ故，2本の隣接した主極大の間には$N-1$本の強度0の点が存在する。また主極大の両側の2本の極小の間隔は，他の所の間隔の2倍である。他の極小の間では，強度は再び増加するが，このようにして生じる二次極大の強度は，主極大に比べて，はるかに弱い。

次図は6本のスリットに対する $\sin^2 N\gamma$ と $\sin^2\gamma$ と，干渉縞において，強度分布を与えるところの，それらの商 $\sin^2 N\gamma/\sin^2\gamma$ とのグラフを示している。この図に表われているように二次極大の強度は等しくはなく，主極大から遠ざかるにつれて減衰する。またそれらは，一般に等間隔ではない。これは，極大の非対称性に基いている。この非対称は，主極大に直接隣接している二

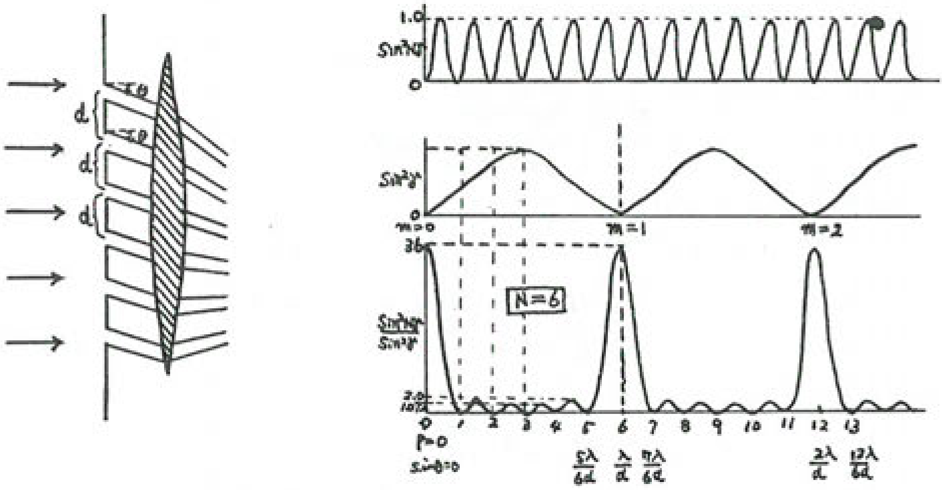


図8　6木スリットの回折格子の回折像，強度分布

次極大において最も顕著であり，二次極大が少しばかり主極大の方へ移動している。これらの二次極大の特性は，単スリットの二次極大の特性と強い類似を示している。スリット数が増加すると二次極大も増加する。その数は（N－2）木である。しかし主極大との相対強度は，著しく減ずる。このことが回折格子によるスペクトルの構成に重要な意味を持っている。また，スリット数の増加に伴って，単スリットの縞模様に対する類似性も強くなる。

Ⅳ．フレーネルの回折

1．理論的考察　一フレネルの半波長帯一

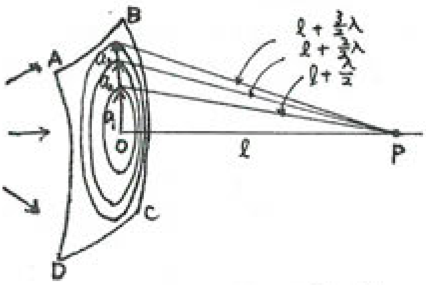


図9　フレネルの半波長帯

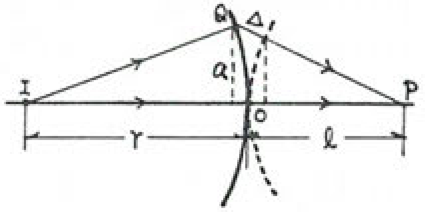


図10　球面波の光路差

1点から拡がる球面波が波の前方の一点Pに与える影響も考える。9図でABCDは，右え進む波の球面波を示す。この球面上のすべての点は，二次波の波源として考えられる。これらの二次波のP点に対する影響を考えるために波面を次のような帯に分割する。即ちPから下した垂線の足Oのまわりに0からの距離が球面にそって，a_1，a_2，$a_2 \cdots a_m$ をはかって円をかく。各円のP点からの距離は，½波長ずつ長くなる。OP＝l とすると，円はPから $l+\frac{\lambda}{2}$，$l+\frac{3}{2}\lambda$，……$l+\frac{m}{2}\lambda$ の距離にある。一つの帯から得られる小波の位相は，π も違はない。各帯の合成振幅をそれぞれ A_1，A_2，A_3……A_m とする。A_1 と A_2 は，位相が π だけ違うから符号が逆になる。し

たがって全体の波のP点に於ける，合成振幅Aは，

$$A=A_1-A_2+A_3-A_4+\cdots\cdots+(-1)^{m-1}A_m\cdots\cdots(1)$$

となる。この各項の大きさを決定するには，次の三つの要素がある。

1. 各帯の面積は，おおよそ等しいが，少しずつ増加する。各帯の面積は，その帯が与える二次波の数を決める。
2. 振幅は点Pからの平均距離で減少するから，各項はmで変化する量で与えられる。
3. mが増すと傾きが増すから，振幅は減少する。

次に各帯の面積を求めてみよう。10図で，点光源Iから拡がる球面波の波面は，半径rの弧で示めされている。中心Oで波面に接する半径lの円が，かかれると，光路IQPはIOPよりも△だけ長い。帯のふちに対しては，この光路差は$\lambda/2$の整数倍でなければならない。

$$\triangle=\frac{a^2}{2r}+\frac{a^2}{2l}=a^2\frac{r+l}{2rl}\cdots\cdots(2)$$

帯の半径a_mは　$$m\cdot\frac{\lambda}{2}=a_m{}^2\frac{r+l}{2rl}\cdots\cdots(3)$$

任意の帯の面積S_mは　$$S_m=\pi(a_m{}^2-a_m{}^2{}_{-1})=\pi\frac{\lambda}{2}\left(\frac{2rl}{r+l}\right)=\frac{r}{r+l}\pi l\lambda\cdots\cdots(4)$$

以上のことからm番目の帯による振幅A_mは，次式で与えられる。

$$A_m=C\frac{S_m}{d_m}(1+\cos\theta)\cdots\cdots(5)$$

但しd_mは帯からPまでの平均距離，θは光が帯から離れる角度である。

(1)式の計算は，mを奇数とすれば，

$$A=\frac{A_1}{2}+\left(\frac{A_1}{2}-A_2+\frac{A_3}{2}\right)+\cdots\cdots+\frac{A_m}{2}=A_1-\frac{A_2}{2}-\left(\frac{A_2}{2}-A_3+\frac{A_4}{2}\right)-\cdots\cdots-\frac{A_{m-1}}{2}+A_m\cdots\cdots(6)$$

振幅A_1，A_2…は同じ割合では減少しないから，各振幅は，先の振幅とあとの振幅の等差中項より小さい。よって上式の（　）の中はすべて正であり，次式が得られる。

$$\frac{A_1}{2}+\frac{A_m}{2}<A<A_1-\frac{A_2}{2}-\frac{A_{m-1}}{2}+A_m\cdots\cdots(7)$$

又任意の二つの隣接した帯の振幅は殆んど等しいと考えられるから，

$A_1=A_2$，$A_{n-1}=A_n$　とおける。

故に　$$A=\frac{A_1}{2}+\frac{A_m}{2}\cdots\cdots(8)$$

mが偶数の場合には同様にして　$$A=\frac{A_1}{2}-\frac{A_m}{2}\cdots\cdots(9)$$

以上のことから，P点に於ける，合成振幅は，第1と終りの帯によって生じる振幅の和の$\frac{1}{2}$か，差の$\frac{1}{2}$であるといえる。又mを十分大きくすれば，A_mは無視することができる。したがって，全波によるP点の振幅は，第一の帯からだけの振幅の½になる。

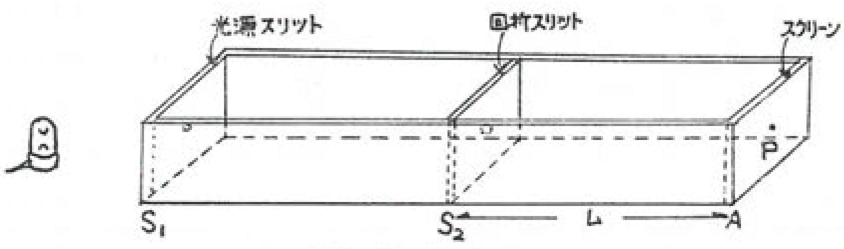


図11　実験装置

2. 実験装置

前図で S_1 は光源スリット，S_1, S_2 はスリットEはスクリーンである。光源には Na−lamp を用いた。写真撮影の場合はPにフイルムをおいた。フイルムは，Fuji sss を用い，露出は50分で撮影した。

3. 円孔による回折像（91，92，93，94，頁写真参照）

右図のように，円孔の半径 r と S_2A の距離Lの間の関係を Fresnel's half-period zone の第1の zone になるようにとる。即ち $PR = l + \frac{\lambda}{2}$ になるように r を定める。スリット S_1 から円孔にとどいた光は，円孔上で同一の波面をつくる。円孔上の各点は，二次波の波源となり，スクリーン上にとどく。そのときOPとRPの差が $\lambda/2$ であるから，円孔を通ってくる光がP点に達するときの位相差は，π 以内である。したがってP点は明るくなる。又OPとRPの差が λ になると円孔を通る光は互いに打消しあう条件となりP点は暗くなる。つまりOPの距離を一定に保てば r が大きくなるにしたがって，P点は明るくなったり暗くなったりする。

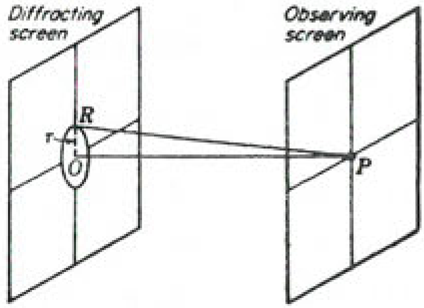


図12 円孔による回折

これと同じ効果は，円孔の半径 r を一定にして，Lを変化させてもおこる。つまり円孔の半径を一定に保ち $PR - PO = \lambda/2$ となるように，Pを定めれば，P点は明るくなり，

$PR - PO = \lambda$ となるようにすればP点は暗くなる。

≪写真説明≫

91，92，93，94頁の写真は，観察スクリーンと，円孔の距離を一定に保ち，円孔の半径を変えて，撮影したものである。91，92頁の写真は，光源に白熱電球にフイルターRO3× をかけたものを用いた。光源スリットから回折スリットまでの距離 1 m，回折スリット（円孔）からスクリーンまでの距離 l =58cm，使用フイルム Fuji ss，露出1秒である。

93，94頁の写真は，上と同じ条件で Na−lamp を用い，露出60分で撮影した。鮮明な縞模様をつくるためには，光源を出来るだけ点にする事である。この撮影の場合には，アミル箔に針で小穴をあけたものを用いた。

95頁の写真は，回折スリット（円孔）の半径 r を一定にし，回折スリットと観察スクリーンの距離を変えて撮影したものである。円孔はフイルムのSのマークの穴を利用した。Na-lamp 光源，Fuji ss フイルム，露出60分である。

96頁の写真，上から，左…円孔による回折像（I st zone 穴の外に回折縞がみられる）右…フイルムの前に，200メッシュの金網をおいて撮影したもの。研究室の窓から見た夜景である。右は，カメラの前に金網をおいて撮影したものである。三角形スリット，左…一辺が5mm の三角形スリット，右…一辺0.2mm の三角形スリットによる回折像。

97，98頁の写真，光源スリットに線スリットを用い，回折スリットも線スリットを用いて，スリット幅をいろいろ変えて撮影した。回折スリットと観察スクリーンの距離は，50cm である。

V．おわりに

当初に述べた，目標のもとに，昨年の5月より研究に着手し，1年間続けて来た。フランホーファー回折の方は，物理クラブ員と共に8月に8日間程合宿して，実験した。（本校付高祭で発

表）これら資料の授業への活用についても，指導内容を検討して，昨年実施してみた。（9月研究会で発表）しかしまだまだ検討の余地がある。今回の発表では，紙面の都合で，フレーネルの回折の方は，簡単にすませたが，研究の方は一応今年で完成させたいと思っている。来年次の内容について発表したいと思っている。

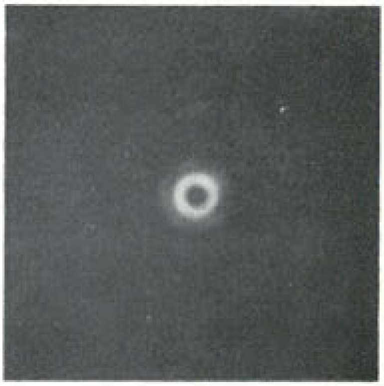
1. フレーネルの回折……単スリット，複スリットによる回折像の分析
2. 回折縞の振幅のベクトル表示による分析
3. 資料をもとにした授業の展開。

＜参考資料＞

Wood	Pyschical optics
Jenkins	Fundamentals of optics
Sommerfeld	Optics

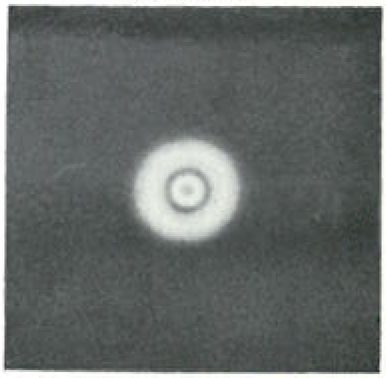
1st zone

2nd zone

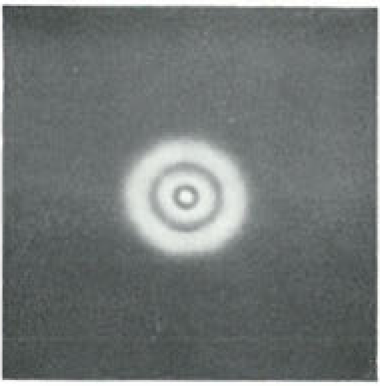


3rd zone

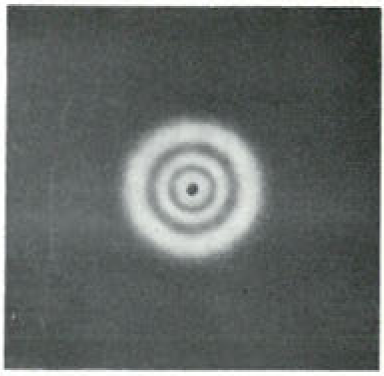
4th zone



5th zone



6th zone

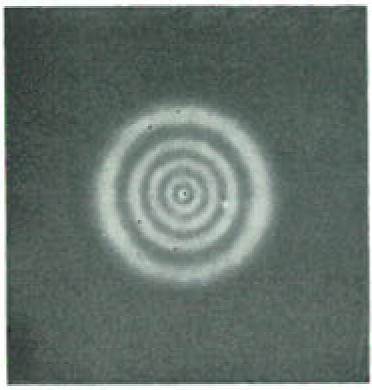


円孔による回折像（ℓ一定）Iの1
白色光　フイルターRO3××6

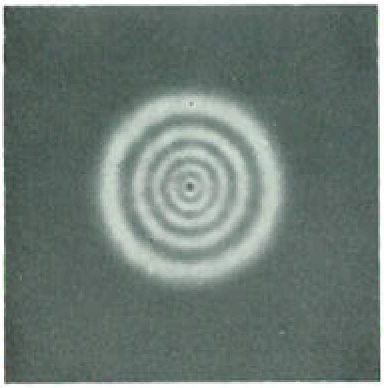
7th　zone

8th　zone

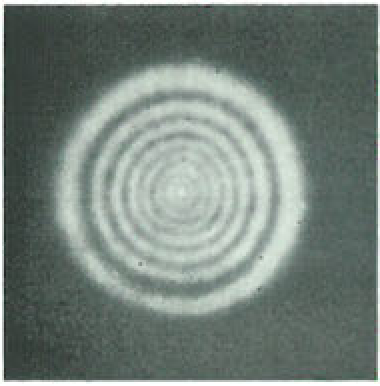
9th　zone



10th　zone



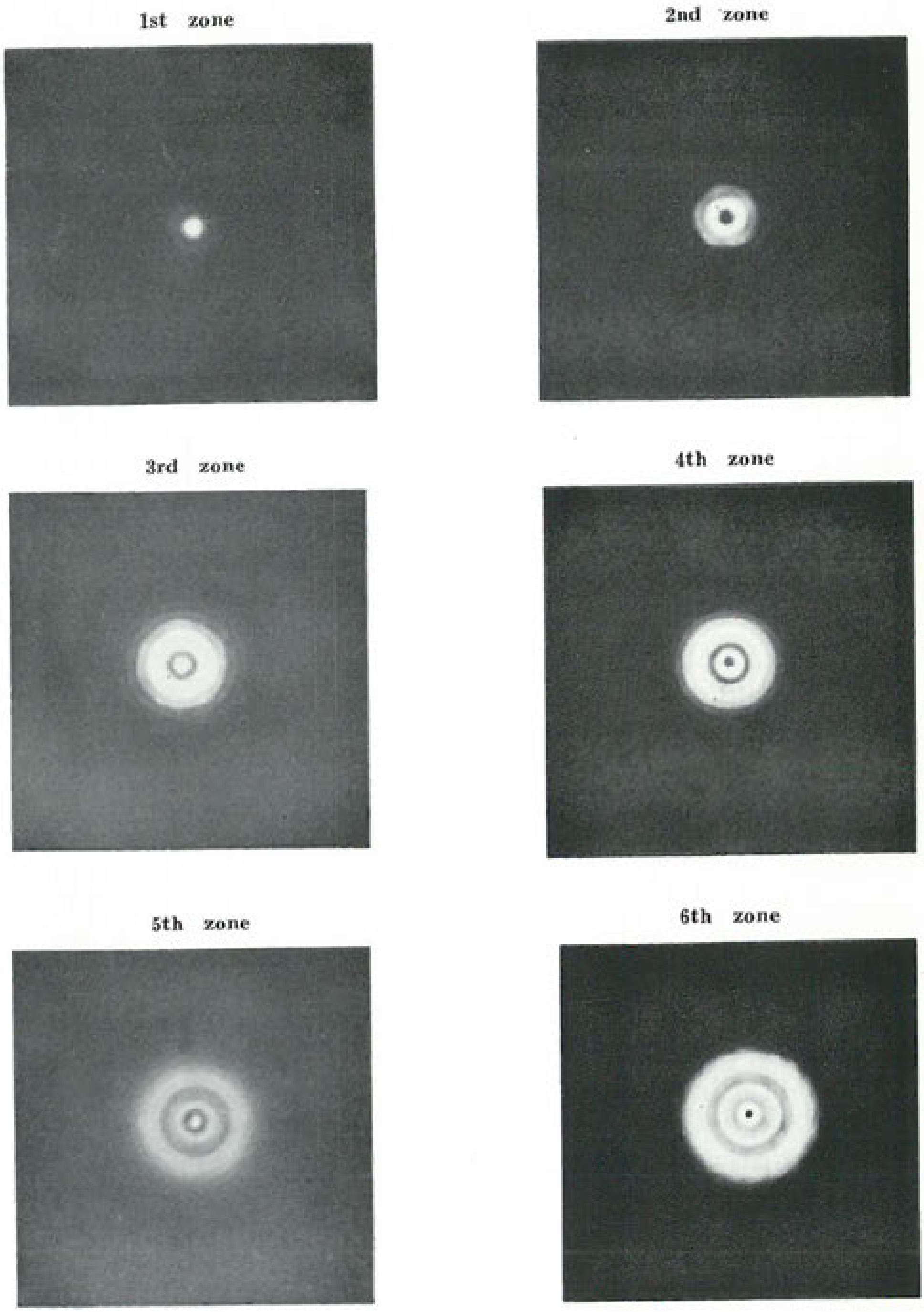
15th　zone



25th　zone

円孔による回折像（ℓ一定）Ⅰの2

白色光　フイルター**RO3×**　**×6**



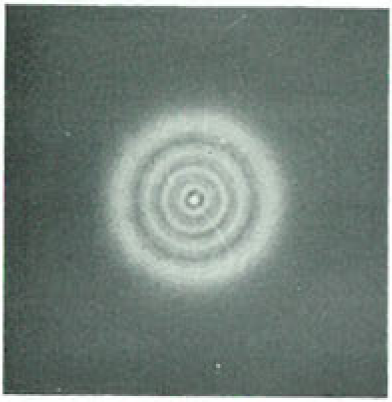
円孔による回折像（ℓ一定）IIの1

Na-lamp ×6

7th zone

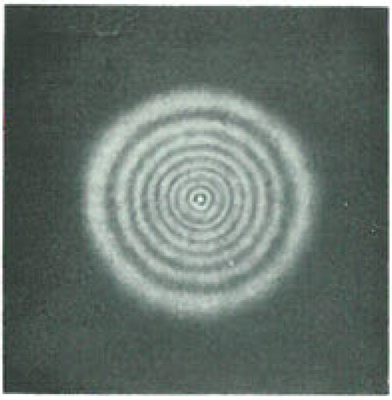
8th zone

9th zone

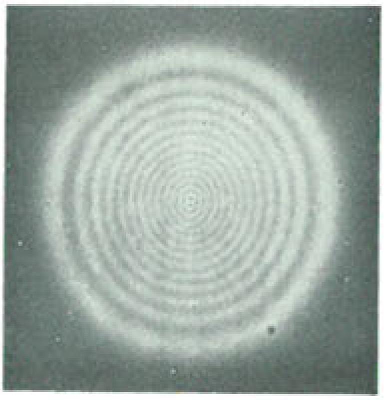


10th zone

17th zone



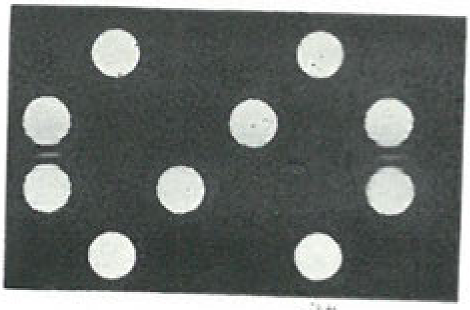
26th zone



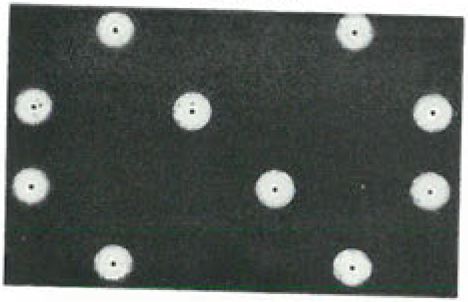
円孔による回折像（ℓ一定）IIの2

Na-lamp $\times 6$

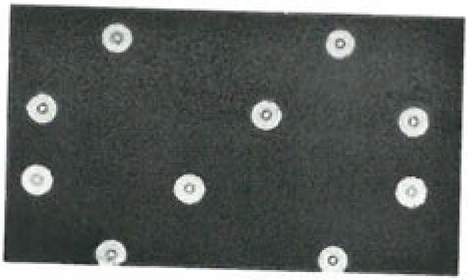
1st zone



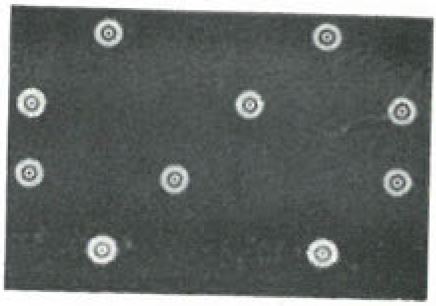
2nd zone



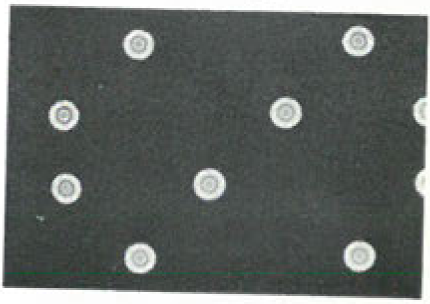
3rd zone



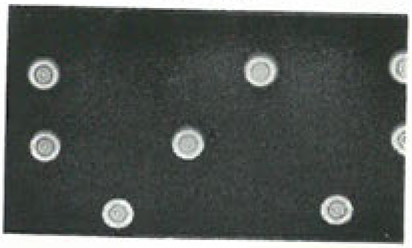
4th zone



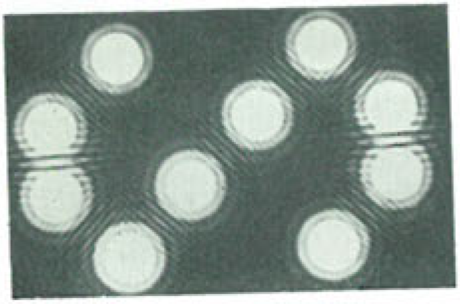
5th zone

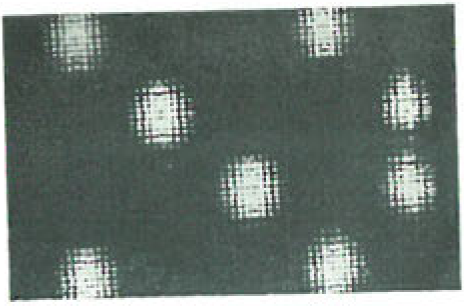


6th zone



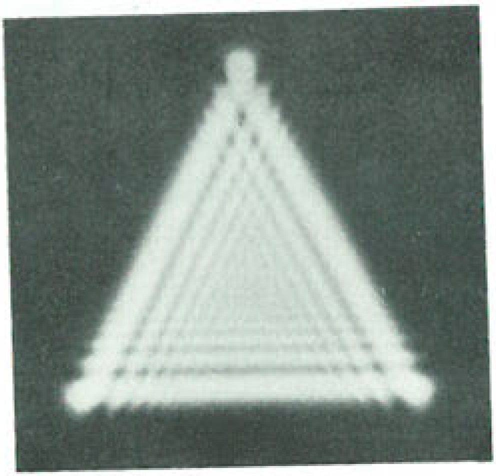
円孔による回折像（r一定）
Na-lamp　×6

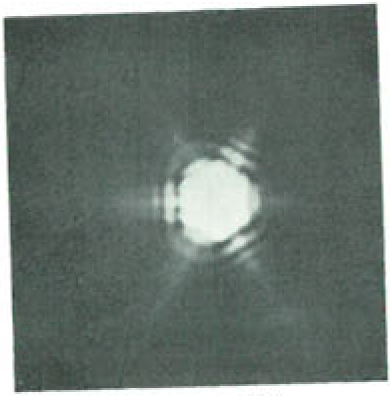

円孔による回折像（1stzone）


金網による回折像


夜　景（研究室窓より）


レンズに金網をつけ撮影


三角形孔の回折像


三角形孔の回折像

研究集録 第8集

昭和41年6月発行

大阪市天王寺区南河堀町43
編集発行者 大阪学芸大学附属高等学校天王寺校舎
大阪学芸大学附属天王寺中学校
代表者 阪田巻蔵

印刷所 大阪教科書印刷株式会社