数学科学習指導案

関数で見える世界
～現実事象の数学的モデリング リレーの“バトンパス”を解明せよ～

授業者　附属池田中学校　谷 直樹

1.対象　附属池田中学校 第2学年 C 組（37 名）

2.単元目標

・知識及び技能に関して

事象を数学化したり,数学的に解釈したり,ICT 機器（表計算ソフト等）を用いて表,式,グラフに表現・処理したりする技能を身に付ける。また,1 次関数についての基礎的な概念や,ともなって変わる 2 つの数量の関係を理解する。

・思考力,判断力,表現力等に関して

前走者と次走者の動き（動的事象）における関数関係に着目し,その特徴を表,式,グラフを相互に関連付けて考察する。そこから,1次関数として近似できる範囲や目的に応じた精度を判断し,設定したモデルの妥当性について考察し,表現する力を養う。

・学びに向かう力,人間性等に関して

1次関数について,数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考える。学んだことを生活や学習（現実の課題解決）に生かそうとする態度や,問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を身に付ける。

3.指導に当たって

(1)思考スキル

思考スキル	**教科の解釈**
抽象化する （モデル化）	・現実の複雑な動的事象から不要な要素を削ぎ落とし,「時間（x）」と「位置（y）」という変数を取り出す。 ・得られたデータの傾向から「どのような数学的モデルで捉えることが妥当か」を判断し,関係性を表,式,グラフで表す。
評価する （批判的吟味）	現実の測定データに，既習の数学的モデル（1 次関数）を当てはめ，その有効性や適用範囲（誤差や加速によるズレ）を評価し，吟味する。
変換する	走者の動きという「事象」を，表・式・グラフという異なる表現形式に，相互に置き換えて捉える。

(2)教材観

現行学習指導要領では,日常生活や社会的事象を数学的に捉え,問題を解決する「数学的モデリング」の重要性が強調されている。本単元では,生徒にとって身近で関心の高い陸上競技のリレーにおける「バトンパス」を題材とする。リレーのバトンパスは，前走者（トップスピード）と次走者（加速局面）という複数の要素が絡み合う「動的事象」である。これを「時間（x）」と「位置（y）」という変数に置き換え，ICT 機器（iPad・表計算ソフト）を用いて，前時で生徒自身が実際の走行動画から抽出した測定データを処理・分析する。この体験を通して，1 次関数が現実世界の問題解決にどう生きるのかを，生徒自身に実感させていく。さらに，直線モデルでは完全に説明しきれない「加速局面」の存在を体感することが，第 3 学年で履修する$y = ax^2$への知的好奇心を喚起するとともに，未知の複雑な課題に対しても粘り強く数学的なアプローチを図ろうとする態度の育成へと繋がる。

(3)生徒観

生徒はこれまで，1 次関数の変化の割合やグラフについて理解を深め，直線的な事象のモデル化には親しんできた。本実践は,私自身がかつて 2 次関数既習の生徒を対象に行った同一テーマの課題学習を,

あえて 2 年生（1 次関数のみ既習）の段階に合わせて再構築したものである。はじめから 2 次関数を知っている状態での「道具の選択」ではなく，1 次関数という既習の武器(ツール)を用いて現実事象に挑み，「見る範囲（変域）や条件を工夫すれば，1 次関数を用いて理想のバトンパス位置を論理的に解明できる」という有用性と達成感を実感させたい。その上で，スタート直後の「加速局面」など 1 本の直線では完全に説明しきれない現象にも目を向けさせ，モデルの適用範囲を吟味する体験を通じ，3 年生で履修する「$y = ax^2$」への自然な知的好奇心へと繋げていく。

(4)指導観

計算手順や既習概念などの基礎・基本（知識及び技能）には十分に習熟している生徒が多いが，その一方で，現実の複雑な事象や未知の課題に直面した際，そこに数学的な関係性を見出して「数学化（抽象化）して捉える力」や，導き出したモデルの妥当性を「批判的な視点を持って評価する力」には，課題が見られる。具体的には，算出された 1 次関数のモデル（式や直線）を鵜呑みにし，現実の事象の揺らぎ（今回であれば走者の「加速・減速」）と生じているズレに気付かず，数学的結果が現実の文脈において本当に妥当であるかを吟味せずに結論付けてしまう傾向がある。そこで本単元では，生徒自身が ICT を用いてデータを測定・分析する，主体的な探究活動を重視する。現実のデータに含まれる「誤差や揺らぎ」に配慮させつつ，問答の中であえて「1 次関数では説明しきれない部分（加速局面）」を浮き彫りにし，既習の知識だけでは解決できない「思考の障壁」をつくり出す。指導にあたっては，複雑な現象を変数や式に置き換える「抽象化する」スキルと，モデルの適用限界を根拠に基づいて吟味する「評価する」スキルを重点的に育成したい。本時では，生徒同士が対話し，協働的に追究する場面を設定し，現実と数学を往還しながら納得解を形成していく。評価においては，単なるグラフ作成の成否に終始するのではなく，動的モデリングの過程における生徒の思考の深まりを質的に見取っていきたい。

4.評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
バトンパスという動的事象から時間と位置を変数として抽出し，ICT 機器を用いて表・式・グラフに表現し，1 次関数の関係を正しく処理している。	・前走者と次走者の動き(動的事象)における関数関係に着目し,その特徴を表,式,グラフを相互に関連付けて考察することができる。 ・1 次関数として近似できる範囲や目的に応じた精度を判断し,設定したモデルの妥当性についても考察し,表現することができる。	測定データの誤差や「直線にならない」という思考の障壁に対し，現実の走者の動きと関連付けながら，協働的に最適なバトンパスのマーク位置を粘り強く追究しようとしている。

5.単元指導計画（全3時間）

時	ねらい・学習活動
1	［課題把握・測定計画］動画からバトンパスの課題を発見し，「時間（x）」と「位置（y）」を変数として抽出し，iPad を活用した測定計画を作成する。
2	［データ収集・可視化・下準備］実際の走行動画からデータを収集し,表計算ソフトで散布図を作成する。基本的な 1 次関数の式（等速区間の傾き・速さ）を導出しておく。
3 （本時）	［モデル化の吟味・課題解決］事前整理したデータ・式をもとに,2 人のグラフの重ね合わせから最適なバトンパス位置を導き出す。1 次関数で近似できる範囲（変域）や実際の走者の動きと関連付けて,モデルの妥当性を協働的に吟味・考察する。

6．本時の展開

(1)本時の目標

①前走者のデータから 1 次関数の式（$y = ax + b$）を導き，傾きが速さを意味していることを事象と結びつけて理解する。【知識及び技能】

②前走者･次走者の測定データについて,範囲を限定する(トップスピード区間に着目する)ことで 1 次関数として近似･モデル化できる有用性を実感するとともに,実際の走者の動きと関連付けてモデルの妥当性や適用限界について考察し,表現する。【思考力，判断力，表現力等】

③2 つのグラフの交点や位置関係を視覚的に読み取り，理想的な(タイムが最も速くなる)バトンパスのための「マークの位置」を導き出すことができる。【思考力,判断力,表現力等】

(2)本時の評価規準

・前走者と次走者の動き（動的事象）における関数関係に着目し，その特徴を表，式，グラフに表し，相互に関連付けて考察することができる。また，2 つのグラフの交点や位置関係を視覚的に読み取り，「マークの位置」を導き出すことができる。【思考・判断・表現】（ワークシート・発言）

・1 次関数で近似することの妥当性を変化の割合や実際の走者の動きと関連付けて考察し，表現することができる。【思考・判断・表現】（ワークシート・発言）

・1 次関数で式化できないデータに対しても諦めず，グラフの視覚的特徴を用いて現実のバトンパスの課題を解決しようとしている。【主体的に学習に取り組む態度】（観察・ワークシートの振り返り）

(3) 育成する思考スキル

①本時の学習で育成する思考スキル	本単元における解釈	本時における解釈
抽象化する （モデル化）	･現実の複雑な動的事象から不要な要素を削ぎ落とし,x,y という2変数を取り出す。 ･得られたデータの傾向から「どのような数学的モデルで捉えることが妥当か」を判断し,関係性を表,式,グラフで表す。	走者の動き(動的事象)から不要な要素を削ぎ落とし,「時間(x)」と「位置(y)」という変数を取り出す。さらに,関係性を表,式,グラフで表す。
評価する （批判的吟味）	現実の測定データに，既習の数学的モデル（1 次関数）を当てはめ，その有効性や適用範囲（誤差や加速によるズレ）を評価し，吟味する。	1 次関数として近似できる範囲や目的に応じた精度を判断し,モデルの妥当性について評価,吟味する。
変換する	走者の動きという「事象」を，表・式・グラフという異なる表現形式に，相互に置き換えて捉える。	実際の走者の動きや測定データ(表)を,1 次関数のグラフや式といった数学的な表現に変換し,事象と数学的表現を往還しながら相互の関連を捉える。

(4)展開

学習過程	学習活動および内容	指導上の留意点	評価の観点・方法
導入 7分	1. 前時の振り返りと本時の課題確認 ・前走者と次走者の散布図を確認する。	・モニターで点の並びを視覚的に対比させる。	
	前走者と次走者のグラフの特徴の違いを解明し，ベストなバトンパスの方法（マークの位置）を見つけよう		2つのグラフの違いに関心を持ち，課題に向かおうとしている【主】（観察）
		・得られたデータから，既習の数学的モデル（比例，反比例，1次関数）で捉えることができるかを考えさせる。	
展開 35分	2.前走者，次走者それぞれのモデル化		
	これまで習った関数の知識を使って，2人の動きをどこまで説明できるだろうか？		
	・散布図からそれぞれ既習の数学的モデルで捉えることができないかを考える。	・値の変化に注目させる。 ・既習事項を用いて考えさせる。 →散布図から，速度（変化の割合）が一定だから1次関数とみなせる等	前走者と次走者の動き（動的事象）における関数関係に着目し，その特徴を表，式，グラフに表し，相互に関連付けて考察することができる。【思】（ワークシート・発言）
	・関係性を表，式，グラフで表す　→　$y=ax+b$　の導出	・傾きaが「1秒間に進む距離（速さ）」であることも確認させる。 ・先入観に囚われず，例えばバトンパス付近で速度が変化していないか等，実測データを丁寧に見るように促す。 ・「1次関数では説明しきれない（近似しきれない）部分」に直面した場合，実際の走り(加速等)との関連などの原因や許容範囲まで考えさせる。	1次関数で近似することの妥当性を変化の割合や実際の走者の動きと関連付けて考察し，表現することができる。【思】（ワークシート・発言）
	3.最適なマーク位置の導出		
	理想的な(タイムが最も速くなる)バトンパスのための「マークの位置」を導き出そう		2つのグラフの交点や位置関係を視覚的に読み取り，「マークの位置」を導き出すことができる。【思】（ワークシート・発言）
	・前走者と次走者の位置(y)が一致する(追いつく)タイミングを探る。 ・次走者が走り始めるタイミング(マークを置く位置)をグラフの差から読み取る。	・式が作れなくても，グラフという表現を用いることで現実の問題(いつ走り出せばよいか)が解決できるという数学の有用性を実感させる。	1次関数で式化できないデータに対しても諦めず，グラフの視覚的特徴を用いて現実のバトンパスの課題を解決しようとしている。【主】（観察・ワークシートの振り返り）

まとめ 8分	4.本時の振り返り ・1次関数を活用することで，トップスピード区間のモデル化や理想のバトンパス位置（マーク位置）を特定できる。 ・「スタート直後の加速区間など，直線で表しきれない部分があること」を整理し，3年生で学習する関数（$y=ax^2$）への発展的接続を促す。 ・本時の学習をワークシートに振り返る。	・現実の動きには「曲線のグラフ」になるものがあることを示し，3年生で学習する関数($y=ax^2$)への発展的接続を促す。	

（5）準備物

教師：大型モニター，指導用端末（iPad・PC），ワークシート，前時測定データ

生徒：生徒用端末（iPad），ワークシート，筆記用具

7. 参考文献

・文部科学省（2018）『中学校学習指導要領（平成29年告示）解説数学編』日本文教出版

・国立教育政策研究所（2020）『「指導と評価の一体化」のための学習評価に関する参考資料中学校数学』