数学科学習指導案

錯視で探究
～感覚を論理で解き明かそう～

授業者 附属池田中学校 井場恒介

1.対象 附属池田中学校 第2学年 B 組（37 名）

2.単元目標

・知識及び技能に関して

三角形の合同条件，平行四辺形になるための条件，および平行線の性質などの平面図形の性質を深く理解し，記号等を用いて図形の位置関係や相等関係を正しく表現する技能を身に付ける。

・思考力，判断力，表現力等に関して

感覚的な事象である「錯視」から問いや構造を見いだし，既習事項や数学的な見方・考え方を用いて情報を整理・変換しながら，演繹的思考によって根拠をもって判断・表現する力を養う。

さらに，提示された論理のエラーを多面的に捉え，本質を見抜く「批判的思考」をもって，その妥当性について的確に判断する力を高める。

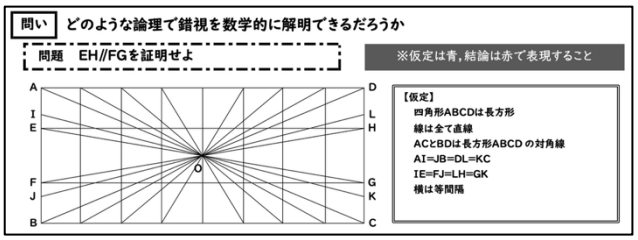
・学びに向かう力，人間性等に関して

身近に潜む錯視現象を数学的に解明することの楽しさや良さを実感して粘り強く考え，他者の記述した論理的エラーを検証する協働的な活動を通して，多様な考え方を認め合いながら，自らの論理の確かさを振り返って評価・改善しようとする態度を養う。

3. 指導に当たって

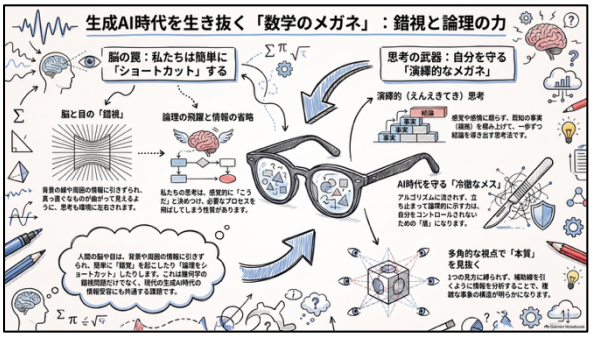
（1）教材観

本単元は，中学校学習指導要領数学科第 2 学年「B 図形（1）平行線や角の性質」および「（2）図形の合同」に基づいて構成されている。 本時で扱う教材は，周囲の背景線の影響によって一見すると湾曲しているように見える 2 本の直線が，実は完全に平行であるという「錯視」現象である。生徒は小学校段階で，実際に長さを測る，あるいは切り貼りして重ねるといった「実験・実測（帰納的思考）」を通して図形を理解してきた。しかし，人間の視覚（感覚）の曖昧さを突く錯視を前にしたとき，実測という帰納的な手法は限界を迎える。 ここに，この単元の終末に本題材を配置する幾何学的な探究価値がある。感覚が裏切られる場面においてこそ，「論理（証明）を用いて，いつでも，誰にでも，例外なく平行であることを示す」という，演繹的思考の持つ絶対的な客観性と良さがある。日常の事象を「数学メガネ」をかけて切り取り，論理の世界に持ち込んで解明する本題材は，特定の教科や場面に閉じていた力を未知の領域へと転移させる，本校の研究主題である「未知の文脈への学びの転移」を体現する，学習価値を持っていると考える。



（2）生徒観

生徒は，これまでの学習を通して，三角形の合同条件や平行線の性質を基に，言葉や記号を用いて証明を表現する技能を身に付けてきている。 単元導入期に実施した生徒の「論理」に対する学習前認識（OPP シート記述データ）の分析からは，極めて特徴的な実態が浮かび上がっている。まず肯定的な側面として，多くの生徒が論理を「物事の理屈がしっかり通っていて，人の価値観や感情に頼らず，一貫して辻褄が合う客観的なもの」「いつ考えてもそうなる必然的なもの」と捉え，その普遍性を受け入れる素地は十分に育っている。 その一方で，生徒の記述には「感情を使わずに正論で相手を追い詰めるもの」「論破」といった，論理を「他者を冷酷に攻撃し，言い負か



すための冷たい武器」と捉えるネガティブなバイアス（攻撃的スキーマ）や，「難しく無機質な手続き作業」という心理的抵抗感が根強く存在する。しかし，彼らの素朴な言葉の端々には，「いろいろな視点で物事をみて考える」という，関係的スキーマの確かな芽生えも見られる。したがって本時においては，これら生徒の「多角的な視点」「辻褄が合う心地よさ」というプラスのスキーマを数学的な証明へとつなげ，「冷たい論破」から「温かい納得」へと論理のイメージを書き換えていく支援が必要である。

（3）指導観

本時では「対象から構造を見いだし，既習を用いて情報を整理・変換し，根拠をもって判断・表現する力」の育成に向けて，以下の 3 つの手立てを指導の重点とする。

①グループワークを用いた協働的な対話：論理を「他者を負かす冷たい武器（論破）」から「未来の人へ送る温かい手紙（共感）」へとリフレーミングし，4 人班での追究や，グループを入れ替えたジグソー的な対話を通じて，全員が納得できる合意形成を目指す。

②論理的エラーを含むダミー証明：証明の不備を批判的に考察する場を設定する。不完全な論理を検証する葛藤を通して，客観的に「理由（理由づける）」を示すことや，筋道を「順序（順序立てる）」よく並べることの必要性を体感させる。

③5 つの重点思考スキル（広げてみる，理由づける，順序立てる，焦点化する，構造化する）の意識化：背景線のノイズを排して要素に「焦点化」し，結論へのルートを「見通す」など，思考スキルを自己評価のルーティンに位置づけ，振り返りによる自律的な学びの調整を図る。

これらを通じて，感覚を論理で解き明かす「数学メガネ」を育成し，未知の文脈への「学びの転移」を促す。

4.評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
① 三角形の合同条件，平行四辺形になるための条件，および平行線の性質について理解している。 ② 記号を用いて図形の合同・平行関係を正しく表し，論理的な筋道に沿って証明（推論の過程）を表現する技能を身に付けている。	① 錯視図形などの事象（対象や場面）から問いや構造を見いだし，既習の性質を根拠として図形の性質が成り立つ理由を論理的に説明し表現している。 ② 提示された証明に潜むエラー（仮定と結論の混同や論理の飛躍など）を多面的に捉え，批判的に考察してその妥当性を的確に判断している。	① 身の回りの錯視現象の解明に，既習の図形の性質や証明という論理構造を自律的・協働的に活用しようとしている。 ② 他者の記述した論理的エラーを検証する協働的な活動を通して，これまでの自らの証明の進め方や思考のプロセスを振り返り，評価・改善しようとしている。

5.単元指導計画（全 27 時間）

時	ねらい・学習活動	
1～2	直線と角	**【直線と角の探究】**（探究の問い：「論理とは何か」など） ○実測や GeoGebra を用いた帰納的考察から一般化の概念を学ぶ。 ○帰納的・演繹的表現の違いから，論理の概念を探究する。 ★【理由】【順序】
3～7	多角形と角	**【多角形と角の探究】**（探究の問い：「構造を明らかにする論理とは」） ○三角形・多角形の内外角の和を平行線の性質などを用いて演繹的に説明する。 ★【理由】【順序】【焦点化】【広げて見る】
8～22	証明の探究	**【合同な図形，二等辺三角形，直角三角形，平行四辺形の証明】**（探究の問い：「仮定から結論をつなぐ論理はあるか」） ○すでに成り立っている事柄を根拠として演繹的に新しい性質を証明する。 ○根拠となる内容を「根拠カード」に整理する。 ★【理由】【順序】【構造化】【焦点化】【広げてみる】

23	個人思考	**【錯視の分析と個人思考（多様な方針の創出）】** ○既習の図形の性質に基づき，補助線を用いて多様な証明方針を個人で立てる。 ★【理由】【順序】【構造化】【焦点化】【広げてみる】
24	【本時】 協働探究	**【ダミー証明教材の作成・検証（論理の批判的考察）】** ○4 人班で前時の考えを共有し，論理的エラーを混入させた証明を作成する。 ○グループ間での検証対話を通じ，他班のエラーを批判的に見破る。 ○「正しい論理かどうかを見抜くポイント」を言語化して蓄積する。 ★【理由】【順序】【焦点化】
25~29	パフォーマンス課題	【根拠カードを用いた，錯視証明の記述（パフォーマンス課題）】 ○これまでに蓄積してきた「根拠カード」をフル活用し，必要な根拠を明らかにしながら，筋道を「順序立てて」自分だけの論理で EH//FG の完全な証明を記述する。 ○本時（24次）でまとめた「エラーを見抜くポイント」を参照し，自らの記述に論理的エラー（飛躍や結論の混同など）がないかチェックする。 ○単元の振り返り（OPP シート）を行い，「論理」に対する見方の変容を省察する。 ★【理由】【順序】【構造化】【焦点化】【広げてみる】

6．本時の展開

(1)本時の目標

①既習の性質（定義・定理）を根拠として，提示された証明の正誤（論理的エラー）を批判的に見抜くことができる。【思考力，判断力，表現力等】

②協働的な対話を通して，正しい論理の条件を整理・言語化し，自らの証明を評価・改善しようとする。【主体的に取り組む態度】

(2)本時の評価規準

①既習の性質（定義・定理）を根拠として，提示された証明に潜む論理的エラーを批判的に考察し，その正誤や妥当性を的確に判断している。【思考・判断・表現】

②協働的な対話を通して，正しい論理に必要な条件（根拠の有無，思い込みの排除，順序）を整理・言語化し，自らの証明を振り返って評価・改善しようとしている。【主体的に取り組む態度】

（3）本時の学習と思考スキルとの関連

①本時の学習で発揮する思考スキル	②教科における解釈	③本単元における解釈
焦点化	複雑な幾何事象から必要な要素に絞り込み，不要な情報を削ぎ落とすこと。	錯視の背景線という視覚的ノイズを排し，平行の証明に必要な特定の線分や交点のみに注目すること。
理由づける	主張の妥当性を担保するため，その根拠となる定義や定理を客観的な証拠として示すこと。	他班のダミー証明を検証する際，思い込みを排し，「根拠カード」等の定義・定理に基づいて正誤を説明すること。
順序立てる	仮定から結論へ至る推論の因果関係を，矛盾なく筋道立てて並べること。	「仮定と結論の混同」や「論理の飛躍」がないか，証明の正しいステップと記述手順に沿って検証すること。

(4) 展開

学習過程	学習活動および内容	指導上の留意点	評価の観点・方法
導入 10分	・OPP シート見返しとペアでシェア ・錯視問題の再確認 ・前時の個人案をペアで交流 ・思考スキルを認識する	・他者の価値観や概念を尊重させる ・曲がって見えることの確認をする ・証明の論理の違いや共通点を理解させる ・思考スキルの提示	【主】観察 【思判表】 ワークシート
展開 30分	・4人班での「正しい案」の表現 ホワイトボードに2案表現 ・論理が間違っている「ダミー案」を1or2案作成しホワイトボードに表現	・証明を全て書かせないようにする ・図と端的な用語，矢印を用いて表現させる ・論理の飛躍，仮定と結論の区別，根拠があるかを助言する	【思判表】 ホワイトボード・観察
	問い：「論理構造が正しいかどうかを判断するポイントは何だろう？」		
	・対話1回目 ・対話2回目	思考スキルを意識させる 【焦点化】 錯視のノイズを排し，不備のある特定のステップに注目を絞り込ませる。 【理由づける】 直感を排し，定義・定理（根拠カード）を理由として正誤を判断させる。 【順序立てる】 仮定から結論への手順を追い，仮定と結論の混同や論理の飛躍を検証させる。	【思判表】 ホワイトボード ワークシート 観察
	・問いに対する答えの言語化	・班ごとにホワイトボードに言語化させる	
まとめ 10分	・問いに対する答えの共有と概念化	・意見を引き出し黒板に整理する	【主】【思判表】 観察 OPP シート
	問い：「なぜ 2 本の直線は曲がって見えたのだろうか」 「現実世界で情報が歪んでみえることってあるだろうか」		
	・OPP シートの記入		

(4) 準備物

iPad，ホワイトボード，ワークシート，思考スキルカード

7. 参考文献

・杉原厚吉（2018）「新錯視図鑑 脳がだまされる奇妙な世界を楽しむ・解き明かす・つくりだす」 誠文堂新校光社

・文部科学省（2017）中学校学習指導要領開設 数学編

・文部科学省 国立教育政策研究所（2021）「指導と評価の一体化」のための学習評価に関する参考資料

・堀哲夫（2020）「一枚ポートフォリオ評価 OPPA」一枚の用紙の可能性 東洋館出版社

・堀哲夫監修，中島雅子編著（2022）「一枚ポートフォリオ評価論 OPPA でつくる授業」東洋館出版社