

Teacher(s)	谷 直樹	Subject group and discipline	数学		
Unit title	平面図形	MYP year	MYP2	Unit duration (hrs)	25

Inquiry: Establishing the purpose of the unit

Key concept (重要概念)	Related concept(s) (関連概念)	Global context (グローバルな文脈)
形式	パターン・モデル	科学技術の革新(解決策)
Statement of inquiry (探究テーマ)		
人工物や自然界など、身の回りにある図形の形式をパターンとして捉え、モデル化することは、現実問題の解決につながる。		
Inquiry questions 探究的質問		
<p>Factual (事実的): 人工物や自然界など身の回りにある図形はどのような形式があるか。</p> <p>Conceptual (概念的): 図形を描く時に使う線の種類にはどのようなパターンがあるのか。</p> <p>どのような考え方を使えば人工物や自然界の模様を紐解いていけるのか。</p> <p>Debatable (議論的): 全ての身の回りの模様をモデル化することは、どの程度、現実問題の解決につながるか。</p>		

Objectives (目標)	Summative assessment (総括的評価課題)	
<p>B パターンの探究 iii.あるパターンが他の例にも当てはまるかどうかを検証することができる。</p> <p>C コミュニケーション ii.適切な数学的表現の形式を用いて情報を提示することができる。</p> <p>D 実生活への数学の応用 iii.選択した数学的手法を的確に応用して解答を導くことができる。</p>	<p>Outline of summative assessment task(s) including assessment criteria: 評価規準を含む総括的評価課題の概要を示す</p> <p>(G) Goal 目的 自分が設定した地域に AED を増設するための距離的に最適な位置を考え理論に基づいて提案する。「全国 AED マップ」をもとに各自が AED が足りていない場所を日本全国から1ヶ所探す。その際、建物や道路は考えず、距離という条件に絞って考えることとする。対象となる場所を決定したら、スクリーンショットをとり、数学アプリ「GeoGebra」を活用してボロノイ図を作成する。完成したボロノイ図をもとに最大空円(一番設置するにふさわしい場所)を確定し報告書・Google スライドにまとめ、プレゼンする。</p> <p>(R) Role 役割 街の防災担当の職員</p> <p>(A) Audience 対象 都市開発部長へのプレゼン</p> <p>(S) Situation 状況 新たな AED を設置する場所を決める。</p> <p>(P) Product 成果物 報告書(1枚で伝わるように)、プレゼン資料、スライド</p> <p>(S) Standard 評価基準 B パターンの探究 iii.あるパターンが他の例にも当てはまるかどうかを検証することができる。(ボロノイ図を用いて、ある</p>	<p>Relationship between summative assessment task(s) and statement of inquiry: 総括的評価課題と探究の主題との関連</p> <p>人工物や自然界など、身の回りにある図形の形式について探究していく中で、図形の対称性(線対称, 点対称, 線点対称)を探究していく。その対称性には図形の移動がもとになっているが、平行移動, 対称移動, 回転移動をもとに対称性を見る力が養われていく。作図においても図形の対称性を用いて証明を行なっていくが、こういった活動の積み重ねで図形をパターン化する力が養われていくと考える。総括的評価課題においては、ボロノイ図を用いるが、ボロノイ図は垂直二等分線を発展させた図であり、対称性にもとづくものとなる。こういった自然界に生まれる図形の性質を AED 設置という課題に活用することにより現実社会の問題を解決する1つの手段であると考えられる。また、数学を用いたコミュニケーションや AED 設置に向けて自分の作成した図を批判的に見ることにより ATL スキルを活用して課題作成をすることになる。形式においては、1つの垂直二等分線という形式がたくさんの方に派生していることを考えることにより、大きなものであっても図形の一部分に焦点を絞り全体像を見る力が養われると考える。</p>

	<p>地点における最短の AED の位置を示すことができる)</p> <p>C コミュニケーション</p> <p>ii.適切な数学的表現の形式を用いて情報を提示することができる。</p> <p>(ボロノイ図と円を活用して,新たに AED を設置する場所を特定することができる)</p> <p>D 実生活への数学の応用</p> <p>iii.選択した数学的手法を的確に応用して解答を導くことができる。</p> <p>(ボロノイ図の性質を作図や対称性に関連付けて述べることができおり,活用場面を提示することができる)</p>	
--	--	--

Approaches to learning (ATL)

<コミュニケーション-コミュニケーションスキル>
「日本全国 AED マップ」から AED が足りない場所を探し出し,新たに AED を設置する場所をボロノイ図を活用して見つけ出す。この課題を解決するために,情報を論理的にまとめ,描写するといったコミュニケーションスキルを発達させる。このために,複数の作図におけるパターンを分析したり,人工物の模様を紐解いていく活動において言葉と図と対話を通じてモデル化していく学習を行っていく。

<思考-批判的思考スキル>
AED 設置を考える場面において,どこが最適な場所なのかを考える。具体的には距離をもとに判断するが,現在設置されている AED からの距離を複数計測し,一番距離が離れている地点を探す。その際に議論を形成するために関連する情報を集め,整理するといった,思考スキル・批判的思考スキルを発達させる。このために,複数の作図におけるパターンを分析したり,人工物の模様を紐解いていく活動において言葉と図と対話を通じてモデル化していく学習を行っていく。

Action: Teaching and learning through inquiry

Content (内容)	Learning process (学習過程)
<p>(1)「図形の基本と図形の移動」(6時間)</p> <p>①直線や角の概念理解</p> <p>②2直線の位置関係や点と直線の位置関係</p>	<p>Learning experiences and teaching strategies (学習経験と指導方策)</p> <p>●情報を論理的にまとめ,描写する(コミュニケーションスキル)</p>

<p>③図形の3種類の移動 ④図形の移動と位置関係 ⑤敷き詰め模様の考察 ⑥敷き詰め模様の秘密にせまろう</p> <p>(2)「万華鏡の分析」(4時間) ①万華鏡作成, 観察 ②万華鏡の仕組みの探究 ③万華鏡の仕組みのレポート作成 ④万華鏡レポートの相互評価</p> <p>(3)「作図」(6時間) ①コンパス模様選手権 ②4種類の作図(反転学習) ③作図の証明(協働学習) ④作図の使い方 ⑤おうぎ形 ⑥作図の応用</p> <p>(4)「自然界の模様の分析」(5時間) ①ポロノイ図の分析(個人→協働→全体共有) ②自然界の模様はどうやってできているのか。 ③現実問題におけるポロノイ図の活用について探究する。(光ケーブル問題, 小学校新設問題)</p> <p>(5)「総括的評価課題」(4時間) ・○○に AED を増設するという課題に取り組む。</p>	<p>「身近な図形の分析」, 「作図の証明」, 「作図の応用」, 「自然界の模様の分析(ポロノイ図)」, 「総括的評価課題」において個人で考えた内容を他者に伝える活動を行う。問題解決型学習であるため, 言葉だけでなく数学を使ったコミュニケーションの育成が考えられる。</p> <p>第1~4次:人工物や自然界など身の回りにある図形はどのような形式があるか。</p> <p>3つの移動(平行移動, 回転移動, 対称移動)を学習し, それらの移動がどのようにして成り立っているかをグループで考察させる。3つの移動を用いることにより, どの位置にでも移動可能であることをペア活動やグループ活動をもとに, 教具を用いて探究させる。</p> <p>第5~6次:人工物や自然界など身の回りにある図形はどのような形式があるか。</p> <p>敷き詰め模様についてその規則性や対称性に着目し, 考察させる。また, 基本図形について, 敷き詰められる条件について, ペア学習やグループ学習も用いながら探究させる。</p> <p>第7~10次:人工物や自然界など身の回りにある図形はどのような形式があるか。</p> <p>1人1つずつ万華鏡を配布し, 組み立てから行う。その際, 万華鏡の仕組み, 鏡の合わせり具合を体感しながら探究させる。万華鏡の中に広がる模様の探究として, 万華鏡に具を入れ, 万華鏡を覗きながらどのように対称性が広がるかを探究させる。</p> <p>第11~16次:図形を描く時に使う線の種類にはどのようなパターンがあるのか。</p> <p>コンパスと定規を用いて幾何学模様を描く。20回以上コンパスを使うことによりコンパスの操作に慣れさせる。コンパス模様を相互評価する。また, コンパスで作図された模様を数学的な視点で考察させる。</p> <p>4つの作図がコンパスと定規で成り立つのかどうかを探究する場面において, 作図で描かれた線や交点の中には, 線対称な図形や対称移動された図形, 合同な図形が隠れていることに気づき, その図形の性質をもとに作図が成り立つことを証明(説明)していく活動を仕組む。</p> <p>コンパスと定規を用いて, 45°の角度を多様な考えから作図できるかどうかを探究する。</p> <p>円の一部分であるおうぎ形の性質について探究する。・円と面積の関係や, 円周と弧の関係性を知ることにより, 円とおうぎ形をパターンとして捉えることができるようになる。</p> <p>基本的な4種類の作図を具体的な場面で用いる。作図においては意味を理解しながら, 場面に対応した作図を選択する必要性を探究する。</p> <p>第17~21次:全ての身の回りの模様をモデル化することは, どの程度, 現実問題の解決につながるか。</p>
---	---

生徒自身が「全国 AED マップ」から地区を選択し、その地区の中において、どの位置に AED を設置すべきかを考察する。

きりんの模様(ボロノイ図)と垂直二等分線の作図の関係性について探究する。ボロノイ図の性質やボロノイ図の活用方法について探究する。送電線を最短に配置する問題、汚染物質を処理する問題についてボロノイ図がどのように活用できるかを探究する。

第 22～25 次: 全ての身の回りの模様をモデル化することは、どの程度、現実問題の解決につながるか。

「光ケーブルを最短で繋ぐ問題」と「小学校新設問題」を通して、ボロノイ図の意味理解について探究させる。生徒自身が「全国 AED マップ」から地区を選択し、その地区の中において、どの位置に新たな AED を設置するかという解決策を見出す。

● 議論を形成するために関連する情報を集め、整理する (批判的思考スキル)

「身近な図形の分析」、「作図の証明」、「作図の応用」、「自然界の模様の分析(ボロノイ図)」、「総括的評価課題」において個人で考えた内容を他者に伝える活動を行う。生徒1人の力では達成することが困難な問題を取り扱う。また、1つの見方だけが正解とは限らないため多様な意見が出ると予想される。その際、議論を形成するために、関連する情報を集め整理することが求められる。そのため、図形を探究する活動を通して、批判的思考スキルの育成が考えられる。

第 1～4 次: 図形を描く時に使う線の種類にはどのようなパターンがあるのか。

定義とは何かを直線、半直線、線分の違いをもとに話し合い活動を中心に探究させる。

第 5～6 次: どのような考え方を使えば人工物や自然界の模様を紐解いていけるのか。

三角形、四角形、五角形、六角形が敷き詰められるときの条件を順に考えていく。話し合いや全体共有の中で、その条件を探究させる。

第 7～10 次: どのような考え方を使えば人工物や自然界の模様を紐解いていけるのか。

万華鏡の中に、3つの移動(平行移動、回転移動、対称移動)が存在することを個人やグループで調べる。その際、大きなホワイトボードにグループでの探究内容を図や言葉を用いて表現させ、クラス全体で考えを共有させる。

万華鏡レポートを作成する。数学者になりきって、万華鏡の中にはどんな数理が隠れているかを表現させる。その際、実際に写真をとった万華鏡の模様と手書きで描いた万華鏡の模様について考察させる。数学の世界に落とし込むことにより現実の模様を探究することができることを学ばせる。万華鏡レポートを相互評価により価値づけをする。

第 11～16 次: 図形を描く時に使う線の種類にはどのようなパターンがあるのか。

作図における線や交点の意味を知り、交点が重要な役割を果たすことを学習する場面において、作図の方法を理解する。また、基本的な作図の意味を理解する。具体的には、角の二等分線は半直線 OA, OB からの距離が等しい点の集まりであり、垂直二等分線は2点 A, B からの距離が等しい点の集まりであることである。

作図におけるコンパスや定規の役割について探究する。コンパスは円をかく、長さを移し替えることに用い、定規は単に線分を引くことに使うことを通して、4種類の作図があることを知る。

三角形における3つの角の二等分線は1点で交わり、その点にコンパスの針をおいて円を描くと、三角形の3つの辺に接する円がかけられる理由を探究する。

第17～21次:人工物や自然界など身の回りにある図形はどのような形式があるか。

ネズミの縄張りラインについてどのようなになっているかを探究する。個人で考えることとグループで考える。正しい縄張りラインを引くためには作図をすることが極めて重要であり、垂直二等分線の作図を用いることによりボロノイ図を描くことができることを見出す。自然界の模様、きりん、とんぼの翅、ウミガメの模様、泡の境界がボロノイ図を用いることで説明がつくことを知る。

●数学的な知識・技能の習得について

第11次:図形を描く時に使う線の種類にはどのようなパターンがあるのか。

YouTube の動画を視聴して作図方法を学習してくる反転学習を行う。その際、形成的評価を重視し、技能の定着に留意する。コンパスを用いた作図に関しては、授業中にワークシートを持って来させて全員に対して丸つけをする。

GeoGebra を用いての作図に関しては、ロイノートで提出させ、丸つけ、コメントによる形成的評価をする。

Formative assessment (形成的評価)

(A) 授業内での形成的評価

「4種類の作図」を習得する授業において、生徒全員の技能を形成的評価する。具体的には作図に必要な線が正しく弾けているか、交点の必要性を意識しながら正しく作図ができているかを確認する。

ICT のツールとして、「GeoGebra」を使用するが、これに関しては、授業の中で定期的に変更させていく。技能の習得に向けて、GeoGebra を使って絵を描いたり、作図に取り組ませる。ペア活動を通して、わからない部分は教え合いながら取り組ませる。

	<p>「3つの点を通る円の作図」の習得に向けて、「三角形の重心(角の二等分線を用いる)」を作図させ、その意味を言語化させる活動を行う。その際、全員に自分の言葉で説明を書かせ、授業内で発表させ、確認する作業を行う。これに基づいて「3点を通る円の作図」を意味付けて描くことができるようにする。</p> <p>「ポロノイ図の作図」の習得に向けて、ポロノイ図の意味理解を調べ学習と、発表にて行う。これにより、ポロノイ図の意味理解を促す。ポロノイ図の作図習得に向けては、ペア活動を通して、教え合いながら作図できるようにする。さらに、GeoGebra を用いての作図課題にも取り組ませる。</p> <p>(B) 成果物での形成的評価</p> <p>「身の回りの〇〇な図形」を探究する課題においてレポートを作成し、実生活の中の図形を数学の図形として捉える力を養う。相互評価を用いて、良いレポートを見ることにより、図形への見方を高める。</p> <p>「万華鏡の分析レポート」を作成させて、ロイロノートで提出させる。この際、現実世界にある万華鏡と数学の世界にある自分で描いた万華鏡を対比させて図形の対称性に対する探究を行う。提出物を生徒通して見せ合い、教師による形成的評価も行う。</p> <p>「作図が成り立つ理由」を記述する課題においては、作図のできる交点によって線対称な図形が隠れていることに着目させ、作図が成り立つ理由を図と言葉を用いて表現させる。製作物については、ロイロノートで提出させ、形成的評価を行う。</p> <p>「光ケーブルを最短で繋ぐ問題」と「小学校新設問題」においては、GeoGebra を用いて作図させるが、成果物をロイロノートで提出させて形成的評価を行う。</p> <p>Differentiation (差異化)</p> <p>(A) 授業中に PC に依存してしまう生徒に関しては教師の説明を聞くときには PC を閉じさせる指示を行う。これに関しては生徒全員に行うが、PC を閉じずに話が聞けることが最終目標であることを意識させる。</p> <p>(B) 作図がなかなか覚えられない生徒に関しては、YouTube にある動画を視聴させて、授業中に確認したり、自宅に帰ってから学習できるようにする。(4種類の作図 https://youtu.be/gc0039k2Ysg)</p> <p>(C) 思考を促すために、ペア活動やグループ活動を通して、他人に自分の考えを伝える取り組みを行う。</p> <p>(D) 図形をイメージすることが難しい生徒に配慮するため、数学の教具を用いて説明し、実物を用いて学習を行う。</p>
--	--

	<p>(E) 生徒同士で考えを共有する際、考えを共通認識させるために、大きなホワイトボードを用いて、生徒同士の考えの共有を図る支援を行う。</p> <p>(F) ワークシートに関しては、学習の内容や学習状況を加味して、紙と ICT を併用していく。</p> <p>(G) 目標を共通認識させるために、探究テーマ、探究の問い、意識させる ATL スキルを常に掲示しておく。</p>
--	---

Resources (資料)	
<p>杉原厚吉. なわばりの数理解モデル～ポロノイ図からの数理工学入門～. 共立出版, 2009.</p> <p>岡部篤之・鈴木敦夫. 最適配置の数理解～シリーズ「現代人の数理解」～. 朝倉書店, 1992.</p> <p>フィリップ・ポール. かたち～自然が創り出す美しいパターン1～. 早川書房, 2016.</p> <p>I スチュアート. 自然界に隠された美しい数学. 河出書房新社, 2021.</p> <p>冨島佑允. 日常にひそむうつくしい数学. 朝日新聞出版, 2019.</p> <p>小川雅明, 高橋由樹, 椎塚久雄. ポロノイ図を用いた野立て看板のなわばりモデルの基礎的考察. 日本感性工学会論文誌. 2015, Vol14, No.1 (特集号), pp.239-247.</p> <p>ICT 活用として</p> <p>GeoGebra の活用, ロイロノートの活用</p> <p>YouTube の活用 ①4種類の作図 「https://youtu.be/gc0039k2Ysg」</p> <p>②3点を通る円の作図 (GeoGebra の活用) 「https://youtu.be/H76H2_ApV9Q」</p> <p>③3辺に接する円の作図 (GeoGebra の活用) 「https://youtu.be/Rdd4Ri8Xrw4」</p> <p>④作図で宝探し (GeoGebra の活用) 「https://youtu.be/qTAFejQ9nt0」</p> <p>全国 AED マップ 「https://aedm.jp」</p>	

Reflection: Considering the planning, process and impact of the inquiry

Prior to teaching the unit	During teaching	After teaching the unit
----------------------------	-----------------	-------------------------

生徒たちの多くは、基本的な知識理解や技能の面で習熟し、問題の中で活用することについても意欲的である。しかし、日常生活の中に数学が活用されていることを実感できている生徒は非常に少ない。

日常生活の中では、歩道を敷き詰めるタイルや壁紙、文化的な建造物等、三角形、四角形などの合同な図形を敷き詰めた模様を目にする機会がある。生徒は日常生活の中で無意識のうちに、このような模様の美しさを認識しているだろう。この単元を通して、日常の模様や自然界の模様を考察する中で、実生活と数学の結びつきや活用などを幅広く、深く体感させ、数学の有用性を高められると考える。

学習に関しては、言語活用を充実させ会話の力で問題を解決していく活動を仕組んでいく。具体的には個人の学びを個人で終わらせるのではなく、自分の考えや意見をきちんと持ち、それを相手に伝えること。人と考えが違えば批判的思考で正しい答えを導き出すことを促していきたい。その際、言語だけではなく、数学を用いたコミュニケーションを充実させるようにする。グループでの話し合い活動はもちろんのこと、グループを超えてクラス全体で考えることを大切にしていきたい。平面図形の単元を通して、図形の探究に取り組ませる。ポロノイ図の探究についても生徒自身が課題を見つけ解決策を考えたいような指導を行なっていく。10の学習者像である探究する人を意識しつつ、学んだことを転移させることにより多様な場面で自らの学びを活かせることができる生徒になることを願う。また、1年生では学際的な単元の取り組みとして、「災害」をテーマに取り組んでいるが、数学における学習も共通したテーマにもなるため、生徒が学んだことを転移することを期待する。