

平面図形
～しきつめ模様の秘密にせまろう～

授業者 附属池田中学校 谷 直樹

1. 対象 附属池田中学校第1学年 A組 (36名)

2. 単元目標

・知識及び技能に関して

平面図形についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数理的に捉えたり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。

・思考力、判断力、表現力等に関して

平面図形の構成要素や構成の仕方に着目し、図形の性質や関係を直観的に捉え論理的に考察する力を養う。

・学びに向かう力、人間性等に関して

平面図形について、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を養う。

3. 指導に当たって

(1) 教材観

令和3年度より全面実施されている中学校学習指導要領数学編において、数学科の目標は以下の3つにまとめられている。

数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。

(1) 数量や図形などについての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。

(2) 数学を活用して事象を理論的に考察する力、数量や図形などの性質を見だし統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う。

(3) 数学的活動の楽しさや数学の良さを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を養う。

小学校では、具体物の観察や操作活動によって、図形に関する基本的な用語の意味やその概念について学習してきている。三角定規やコンパスを用いて、基本的な図形を描くなど、直感的な取り扱いを大切にしながら、対称性にも着目して図形を考察している。本単元は、図形領域での算数から数学への入口となり、この後の空間図形へと繋げていく単元となる。小学校では、「大きさのある形」として、三角形、四角形、円等の基本図形を取り扱ってきた。また、平面図形や立方体、直方体、角柱、円柱を取り扱い、それらの見取図や展開図をかくことなどを通して立体図形についての理解も深めてきている。中学校では、小学校で扱っていた対象を、構造等に着目して再び数学として捉えなおしていく。数学では実物と離れ「抽象の世界で物事を構造的に捉える」ことを狙いとして学習を展開していくということとなるが、その意味で、本単元は中学校における抽象的思考活動の本格的入り口として重要な位置を占めるものと考えている。

その流れの中、「しきつめ模様」についての学習を行っていく。世界（我々の住む現実世界）には様々な模様があるが、その中には、様々な思い（メッセージ）とともに数学的な図形要素もたくさん散りばめられている。はじめに、その背景や図形要素にも触れながら、身の回りの敷き詰め模様のパターンについての考察を行う。その後、「基礎・基本（定義や定理）に立ち戻って考えると解決の糸口が見えてくるのでは・・・」という切り口から、三角形、四角形、五角形、六角形・・・と考察をしていく。直観的な感覚を大切にしながら、数学的要素に着目して、論理的に考察していく力を養いたい。本課題は、図形の移動について学習した後に扱う課題学習と位置付ける。

(2) 生徒観

日常生活の中では、歩道を敷き詰めるタイルや壁紙、文化的な建造物等、三角形、四角形などの合同な図形を敷き詰めた模様を目にする機会がある。生徒は日常生活の中で無意識のうちに、このような模様の美しさを認識しているだろう。生徒たちの多くは、基本的な知識理解や技能の面で習熟し、問題の中で活用することについても意欲的である。しかし、日常生活の中に数学が活用されていることを実感できている生徒は非常に少ない。

小学校では、低学年から図形の性質を「ずらす」「まわす」「折り返す（裏返す）」といった作業的・体験的な活動の中で考察してきており、生徒は移動によって図形の形や大きさが変わらないことを自然に捉えている。その上で中学校に入ると、算数で学んだ図形要素を対称性に着目するなど、あらためて数学として捉えなおしていくことになる。教科書でも「麻の葉模様」とよばれる日本の伝統模様が学習教材として取り上げられているが、数学的要素はもちろんのこと、歴史や文化などとの関係も織り交ぜながら学習を進めていきたいところである。身近なところから様々な模様を見つけ、日常生活の中に潜む数学的要素の発見を通して、生徒の興味・関心を引き出すとともに、その構造について考えることで図形についての理解を深めていきたい。

(3) 指導観

本単元では、1節「基本の図形」、2節「図形の移動」、3節「基本の作図」、4節「おうぎ形」の順に指導することになる。1節では、図形に関する用語や記号を学び、直線の位置関係、線分や角の相当関係を考察することで、図形の性質を発見する。これをもとに2節では、図形の移動の学習を通して、図形の見方を豊かにしていく。3節では作図の手順を考えたり、その手順を順序よく説明したりする活動を行う。思考力・判断力・表現力等を高めるために、自分で考えたり、調べたりする活動を工夫することが大切であるが、自分の考えを整理し、既習事項をもとに根拠をもってまとめ、さらに、多様な解決方法を探ったり、教え合ったりする活動を通して、直観力や思考力を高められるようにする。

本時については、はじめ、三角形、四角形・・・と基本的な図形に立ち返り、生徒たちが直観的に浮かべる事柄を自由に発言させながら、進めていきたい。直観は、不確かであるが全体をつかんだイメージであり、それを分析することで、概念が明らかになる。それは、理論を構築するための大切なきっかけとなり、それを論理的に整理していくよう促したい。その後、4人の小グループをつくり五角形、六角形・・・と話を進めていく。できそうでもよくよく考えてみるとできない、条件がつく等、他者との考えの交流（考えを説明しあう）活動を通じて、条件を整理・発見し、議論しながらまとめていく場面を設定しようと考えている。図形概念を広げたり、理解を深めたりして、「数学的に深く追求することの楽しさや面白さ」を味わわせたいとも考えている。

4. 評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①平面図形についての基本的な概念や用語の意味を理解している。 ②記号を使って図形や図形の関係を表したり、読み取ったりすることができる。 ③平行移動、対称移動及び回転移動について理解している。 ④角の二等分線、線分の垂直二等分線、垂線などの基本的な作図の方法を理解している。 ⑤おうぎ形の弧の長さ、面積、中心角を求めることができる。	①図形の移動に着目し、二つの図形の関係について考察し表現することができる。 ②図形の性質に着目し、基本的な作図の方法を考察し表現することができる。 ③基本的な作図や図形の移動を具体的な場面で活用することができる。 ④おうぎ形の弧の長さや面積の求め方を考察し表現することができる。	①平面図形の性質や関係を捉えることのよさについて考えようとしている。 ②平面図形について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。 ③図形の移動や作図を活用した問題解決の過程を振り返って検討しようとしている。

5. 指導計画(全25時間)

時間	学習内容	主な評価規準	評価の観点			評価方法
			知技	思考	態度	
1 2	直線や角の概念理解 2直線の位置関係や点と直線の位置関係	知①, 知②	●			ペーパーテスト ワークシート
3 4	図形の3種類の移動 図形の移動と位置関係	知③, 思①	●			ペーパーテスト ワークシート
5	しきつめ模様の考察	知③, 思①, 主①	●	●		ワークシート 観察
6 【本時】	しきつめ模様が成立する条件について考えよう	思①, 主③		●	●	ワークシート 観察
7~10	万華鏡の分析	思①, 主②③		●	●	ワークシート 観察 レポート
11~16	作図	知④, 思②	●	●		ペーパーテスト 観察 ワークシート
17~21	自然界の模様の分析	思③, 主②③		●	●	ワークシート 観察
22~25	総括的評価課題	思③, 主②③		○	○	ワークシート 観察

●・・・形成的評価(指導に活かす評価) ○・・・総括的評価(記録に残す評価)

6. 本時の展開

(1) 本時の目標

平面図形における既習事項を根拠として、しきつめ模様が成立する条件を考察し、説明することができる。

(2) 本時の評価規準

- ・ 図形の移動に着目し、二つの図形の関係について考察し表現することができる。(思考・判断・表現)
- ・ 図形の移動を活用した問題解決の過程を振り返って検討しようとしている。(主体的に学習に取り組む態度)

(3) 本時で発揮されるグローバル市民性について

基本図形の敷き詰め模様について、それぞれが意見を出し合い考察していく中で、自身の考えを相手に伝え、他者の意見を幅広く受け入れ、試行錯誤しながらも解決に向けて進んでいく場面で、思考力や表現力、発信力というグローバル市民性が発揮されると考えている。

(4) 展開

学習過程	学習活動および内容	指導上の留意点	評価の観点・方法
導入 10分	<ul style="list-style-type: none"> ・ 探究テーマを意識する。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>【探究テーマ】人工物や自然界など、身の回りにある図形の形式をパターンとして捉え、モデル化することは、現実問題の解決につながる。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・ 前時までの学習及び身の回りの敷き詰め模様について振り返る 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 探究テーマを確認させる。 ・ 模様の中の数学的要素（対称性等）にも着目させる。 	
展開 30分	<div style="border: 2px solid black; padding: 5px; text-align: center; margin: 0 auto; width: fit-content;"> <p>しきつめ模様が成立する条件を探ろう</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・ 三角形, 四角形について考える。→ 辺の長さ, 角の大きさ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>1つの頂点の周りに360°しきつめられるかどうか</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・ 五角形, 六角形・・・と順にしきつめられるポイント(条件)について考察していく <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>五角形 → 線対称な五角形(合同な四角形が2つ組み合わさった場合)は成立</p> <p>六角形 → 合同な四角形が2つ合わさった六角形の場合は成立</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・ しきつめ模様が成立するポイント(条件)を整理し, まとめる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 基本図形に立ちもどって考えていくことを確認させる。 ・ 生徒と問答しながら進める。 ・ 班で議論しながら, しきつめられる条件をまとめさせていく。 ・ 行き詰まった場合は, 反例を用いながら進める。 ・ 五角形以降は, 四角形に帰着させて考えていけばよいことに気付かせる。 ・ 班ごとにホワイトボードにまとめさせる。 	<p>平行移動, 対称移動及び回転移動について理解している。(知, WS)</p> <p>図形の移動に着目し, 二つの図形の関係について考察し表現することができる。(思, WS)</p> <p>図形の移動を活用した問題解決の過程を振り返って検討しようとしている。(主, 観察)</p>

ま と め — 0 分	<ul style="list-style-type: none"> ・ 全体で交流する。 ・ ワークシートに振り返りを記入する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 模様の図形的要素にも触れながら、まとめさせる。 	
----------------------------	---	---	--

(5) 準備物

ワークシート, Chromebook, ホワイトボードセット

7. 参考文献

「中学校学習指導要領」(文部科学省 平成 29 年告示)

「中学校学習指導要領解説 数学編」(文部科学省 平成 29 年告示)

「指導と評価の一体化」のための学習評価に関する参考資料 中学校数学」(国立教育政策研究所 令和2年3月)

幾何学パターンづくりのすべて ファッション, 建築, デザインのためのリポートパターン制作ガイド(ポール・ジャクソン著 牧尾晴喜訳 株式会社ビー・エヌ・エヌ 令和4年7月)