

算数・数学の授業を通して得られる4つの力の育成 —統計分野における4つの力を育む授業展開—

数学科 砂田謙佑・谷直樹・中西遼

1. 主題設定の理由

(1) 算数・数学部における「知」とは

算数・数学部では、「知」を数学的な思考力・数学的な表現力・数学的な判断力・数学的な活用力の4つの力(下の表を参照)と考える。この4つの力を獲得させることが、「12年間を通して、算数・数学で学習したことや方法を用いて、新たな学習場面や現実社会において、発生した問題を自らの力で解決しようとする態度を育成する」という目標を達成することにつながる。

4つの力

(池田キャンパス小中高 算数・数学部)

数学的な 思考力	一人ひとりが課題解決の方法について、根拠や理由を明確にし、筋道立てて考える力
数学的な 表現力	言葉や数、式、図、表、グラフなどを用いて自らの考えを表す力
数学的な 判断力	論理的に考えることによって、事象や性質を正しく認識し、解釈し、見極める力
数学的な 活用力	生活場面・学習場面(他教科やこれから先の算数・数学)において、既習内容を用いて、問題を解決する力

今年度は各種調査において、小中高どの校種においても苦手としている実態がある統計分野にて、この4つの力を獲得するための授業展開を明らかにする。小中高で学習することは統計とはいえないという主張もあるが、統計を学習していくうえでの基礎・基本であるため、本研究では統計という用語を使用する。

(2) 統計分野における4つの力を育む授業展開

統計とは、何かしらの問題解決を目的に、データを集め、整理し、解決の手だてとなる情報を得るための道具である。しかし小学校では、集めるべきデータを最初から与え、「グラフを書く」ことに重きが置かれがちである。子供たちも「グラフを書くことができた」「7月の気温は〇度とわかった」などで終わってしまうことが多い。例えば毎年行われる全国学力・学習状況調査には、統計に関する問題が頻繁に出題されている。算数Aに出題されるグラフにかかっているデータの値を読み取るなどの「表現・処理」及び「知識・理解」についての問題は、平成25年度には正答率が85%をこえている。

しかし算数Bに出題される2つのデータに関連付けて考え、特徴を読み取り、その理由や根拠を説明するといった「データの読解」、そして理由や根拠を説明するために必要となるデータを判断し選択するといった「データの選択」に関する問題になると、正答率が大幅に下がってしまう。

今回の学習指導要領では、

- ①不確定な事象に対する問題解決能力の育成
- ②「調べたり、まとめたり」する能力の育成
- ③コンピューターの積極的な利用

と明記されている。①から統計的な考え方、②から統計でだまされない力を育成することがもてられていることがわかる。また数学Iにて統計に関する内容が必修化になっている。

特徴を読み取り、その理由や根拠を説明するといった「データの読解」ができるようにするには、「表現・処理」及び「知識・理解」

を役立てる必要がある。それらを役立てるためには、目的にあわせてどのようなグラフで表せばよいか、どのようなグラフを使用する必要があるのか、何のためにデータを収集するのかなどを考える力が必要である。

そこで今年度行う統計分野に関して、「データを読解」という観点のもと、「知」の認識・「知」の構造化・「知」の活用を以下のように考えた。

「知」の認識	・資料をよんでいくなかで、課題を発見する。
「知」の構造化	・様々なデータを収集する。 ・数ある資料の中から、課題に対して自らが必要とする資料を選択する。 ・課題について、計算をしたり、新たにグラフを書いたり、思考・判断・表現する。 ・データを比較・整理する。
「知」の活用	・課題に対して結論をだす。 ・その結論や考え方を活用し、新たな資料や問題に取り組む。

「知」の認識・「知」の構造化・「知」の活用を各校種に応じて授業展開に取り入れ行うことは、4つの力を育成することにつながっている。これら4つの力はそれぞれが独立したのではなく、つながりをもって、絡み合っている。統計分野の学習において、資料にかいていることを思考したり、判断したり、その資料からでてきた課題について表現したり、資料を活用したりと、4つの力を可視化しやすい学習である。またこの4つの力を授業の中で高めるためには、問題を解決したり、その根拠について数学的な表現を用いて、筋道立てて考えたり、論理的に説明し合うといった授業展開が必要不可欠である。

(3) 統計分野の12年間の授業展開の階層性・系統性・連続性

以下が各校種における統計分野である。

学年	学習する内容
小学校1年	絵や図を用いた数量の表現
小学校2年	簡単な表やグラフ
小学校3年	表と棒グラフ
小学校4年	折れ線グラフ、二次元の表
小学校5年	百分率、円グラフ、帯グラフ
小学校6年	資料の平均、度数分布
中学校1年	ヒストグラムや代表値
中学校3年	標本調査
高校1年	データの散らばり、相関
高校2年 (選択)	確率分布と統計的な推測

小学校では、データを分類したり整理したりする活動が主となる。中学校では、数多くのデータから、その代表する値を定める活動と標本から母集団を推測する活動が行われる。高等学校では、数多くのデータの散らばり(ばらつき)の具合を数値化する活動が行われている。さらに記述統計が確率的要素を伴った推測統計へと発展していくデータの分布に関する活動が行われている。ここに「知」の認識・「知」の構造化・「知」の活用を取り入れた授業展開を各校種にて、行うことでより系統性、連続性がでてくる。

(4) 12年間における4つの力を育む授業展開に焦点をあてて

小学校では4年「折れ線グラフ」、中学校では3年「標本調査の活用」、高等学校では1年「身近なデータの分析」の単元の授業を行う。小学校では資料のなかから、中学校では実際にあった事象のなかから、高等学校ではデータのなかから課題をみつけ、「知」の認識・「知」の構造化・「知」の活用を取り入れた授業展開を行う。授業を通して、今回の授業展開や手立てが効果的であったかどうか検証していく。今後は、検証したことをもとに、12年間で、4つの力を育められるカリキュラム作成や評価の方法を目的に共同研究を行っていく。

2. 実践事例1 「標本調査」(3年)

(1) はじめに

スマートフォンやタブレット端末の普及にとともに、様々な情報が簡単に手に入る現代。身の回りにあふれる情報を的確に処理し、有益な結論を導くことは、生徒自身がこの社会でより良く生活していくために求められる“力”である。それらの“力”を育むべく、中学校段階においては「資料の活用」領域が新設された。

現行学習指導要領における「資料の活用」領域では、『資料に基づいて集団の傾向や特徴をとらえ、それをもとに判断することを重視する』とあり、第3学年においては『標本の傾向をとらえることで母集団の傾向もとらえられるようにすること』が目標である。さらに『体験的に理解できるようにすることが大切』、『コンピュータなどを積極的に利用』とされている点にも留意しながら指導を行いたい。

本単元は「標本調査を行う」ことを目的に進める。標本調査の失敗例や問題点を題材に、標本調査を行う際のポイントを知るとともに、問題解決を図るためにPPDACサイクルを学ぶ。また、PPDACのサイクル性を重要視し、1周目の調査によって得られた結果から、2周目にどのような調査を行うべきかを考えることで“知”を鍛える。

(2) 目標

- ・調査には全数調査と標本調査があることを知り標本調査の必要性和意味を理解する。
- ・無作為抽出の意味と必要性、乱数を使った無作為抽出の基本的な考え方を理解する。
- ・標本調査の考え方を活用して、母集団の傾向や性質を推定することができる。
- ・標本調査を行い、母集団の傾向をとらえ説明することができる。

(3) 評価規準表

数学への 関心・意欲・態度	数学的な 見方や考え方	数学的な技能	数量や図形などに ついての知識・理解
<ul style="list-style-type: none"> ・標本調査に関心をもち、その必要性を考えたり、母集団の傾向を推定しようとしていたりしている。 ・標本調査を行い、傾向をとらえ説明することに興味をもち、問題の解決に生かそうとしている。 	<ul style="list-style-type: none"> ・調査の対象や目的などに応じて調査の方法を考えたり、評価したりすることができる。 ・問題を解決するために標本調査を活用し、整理した標本を基にして調査結果を考察し、母集団の傾向をとらえ説明することができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・乱数を使って無作為に標本を抽出し、整理することができる。 ・標本調査の結果から母集団の比率などを推定することができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・全数調査、標本調査の必要性和意味を理解している。 ・標本調査の母集団、標本、標本の大きさの意味を理解している。 ・無作為抽出の必要性和意味を理解している。 ・乱数の意味を理解している。 ・簡単な標本調査をする手順を理解している。

(4) 指導計画 (全7時間)

第1次	全数調査と標本調査	1時間
第2次	無作為抽出と乱数	1時間
第3次	標本調査の活用と検証	1時間
第4次	標本調査をしてみよう	3時間
第5次	まとめ	1時間

(5) 授業展開とまとめ

授業展開 1 標本調査と全数調査

第1次 全数調査と標本調査

- 目 標
- ・全数調査と標本調査があることを知る。【知識・理解】
 - ・標本調査の必要性和意味を理解する。【知識・理解】
 - ・標本調査の母集団，標本，標本の大きさの意味を理解する。【知識・理解】
 - ・標本を無作為抽出することの意味と必要性を理解する。【知識・理解】

題 材 1936年アメリカ大統領選挙の世論調査

1936年・アメリカ大統領選挙は民主党のフランクリン・ルーズベルト候補と、共和党のアルフレッド・ランドン候補によって争われました。

世論調査において当時最も信頼に足ると思われていた「リテラリー・ダイジェスト」という総合週刊誌は、200万人以上を対象から回収した調査結果を基に共和党のランドン候補が57%の得票を得て当選することを予想していました。これに対して、前年に世論調査の業界に参入したばかりのジョージ・ギャラップが率いる「アメリカ世論研究所」は、わずか3000という少ない対象者からの回答を基にルーズベルト候補が2%の得票を得て当選することを予想したのです。

(※)

実際の結果では、ルーズベルト候補が60%の得票を得て全米48州中46州を手にするという地滑りのように圧勝しました。リテラリー・ダイジェストが勝利を予想したランドン候補は、地元カンザス州でも敗れ、わずか2州（メイン州とバーモント州）で勝利したのみに終わりました。

授業の概要

- 《授業計画》 標本調査において、中学校段階では、標本の大きさよりも標本を無作為抽出することの重要性を指導する。また、生徒は経験的に標本調査に対してある程度の知識や感覚があると考えた。特に、「標本の数が多いほど正確に推定できる」という認識が強いと予想し、その感覚と逆の結果が見られるこの教材を扱うことで、無作為抽出の重要性を理解させることが可能になると考えた。
- 《知の認識》 「世論調査を全数調査で行わないのはなぜなのか」と問われることで、標本調査の必要性を理解した。同時に、母集団，標本といった用語の確認も行った。
- 《知の構造化》 (※)まで話を進めたところで「どちらの予想が当たただろう。」と問われると、予想通り多くの生徒が「リテラリー・ダイジェスト（標本の数が多い方）」を選んだ。しかし、選挙の結果やそれぞれの世論調査の対象者を知り、思考し、考えを交流することで、標本調査において標本の大きさよりも、標本を偏りなく選ぶことが重要だということに気づくことができた。
- 《知の活用》 偏りのない標本の選び方について、「ランダム」という言葉を挙げて説明をすることができた。授業者は生徒の思考において「偏りが無い＝ランダムである」ということが確認できた。「ランダムな選び方＝無作為抽出」と定義することで、その必要性だけでなく、無作為抽出によって偏りなく標本を選ぶことができる確率的な保証を考えた。

① 標本調査①

標本調査と全数調査

1861年・アメリカ大統領選挙は民主党的フランクリン・ローズベルト候補と、共和党的アルフレッド・ランダム候補によって争われました。

標本調査において当時最も信頼に足ると思われていた「ワテラリー・ダイジェスト」という総合週刊誌は、250万人以上を対象から採集した調査結果を基に共和党的ランダム候補が57%の得票を得て当選することを予想していました。これに対して、前年に標本調査の業界に参入したばかりのジョージ・ギョラップが率いる「アメリカ世論研究所」は、わずか100という少ない対象者からの回答を基にローズベルト候補が54%の得票を得て当選することを予想したのです。

実際の結果では、ローズベルト候補が54%の得票を得て全米48州中41州を平にするという絶望的に圧勝しました。ワテラリー・ダイジェストが誤判を予想したランダム候補は、地元カンザス州でも敗れ、わずか2州(メイン州とバーモント州)で勝利したのみに終わりました。

① どうして「全員を調査しないのか」?

⇒ 全員に聞くと、時間と費用がばかりすぎる。

○ 全てを調べると調査料…全数調査 (100人を対象、全部を調べたら一部を取って調査料…標本調査 (標本抽出))

② どうして「少ない人数の調査の方が正確な答えを返すのか」?

⇒ それぞれの調査方法について比べてみよう。

《ワテラリー・ダイジェスト》
 自営の読者、自動車保有者、電話利用者の簿の1/1000を抽出して調査対象。

《アメリカ世論研究所》
 投票権を持つ成人を抽出して、重層的にランダムに抽出、抽出された個人に対して調査を実施して結果を抽出。

③ 大衆知選挙のエピソードを基に、標本調査のポイントを考えてみよう！ (質問もかくこと)

全体的傾向は年代や職業の人々割合で調査をしてみると人数が少なくて済む、さらに、対象を全数と何処に代わけてみる。

・全数に偏りがなく、さらにバラバラとよく、自動車保有者や読者には、年齢や性別もバラバラと抽出する。 (抽出) 者もバラバラと抽出する。

○ (割り当て) 標本調査の人数が少ないと調査の精度が下がると見られる。調査対象が偏ると、調査結果が偏ると見られる。調査結果の偏りを防ぐには、調査対象の偏りを防ぐ必要がある。

○ (無作為抽出) による標本調査はなぜ正しいといえるのだろうか?

→ 全数に偏りがなく、ランダムに標本を抽出することで、標本調査の結果は全数調査の結果と偏りがなく、正確である。

④ 標本調査が必要な場合

① 時間や費用が制限されて、全数調査が不可能な場合。

② 全数調査が不可能な場合。

③ 全数調査を実施して、調査結果を早く知りたい場合。

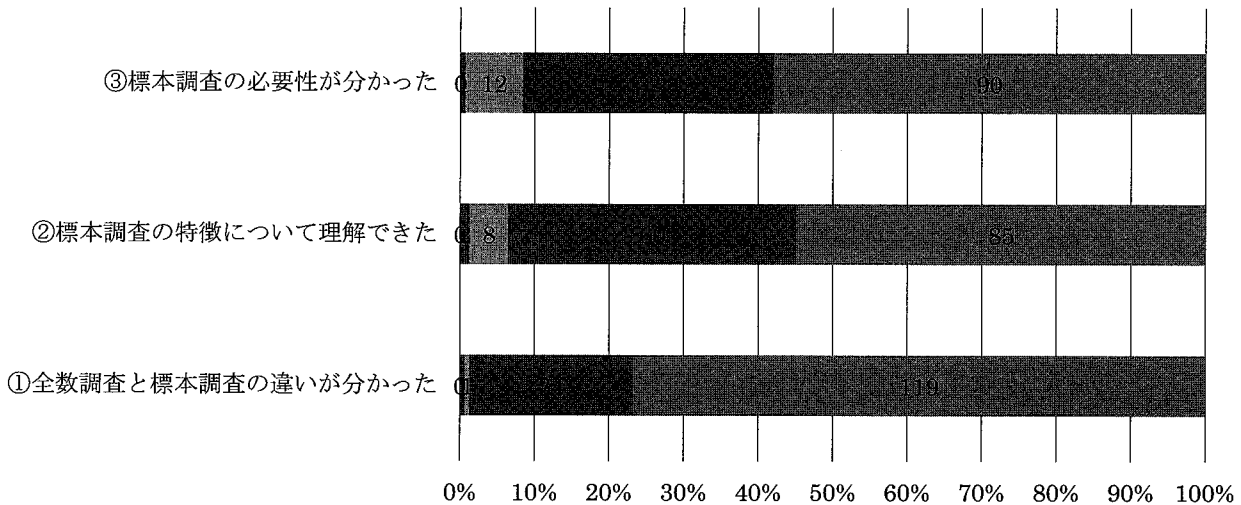
⑤ まとめ・振り返り

① 全数調査と標本調査の違いが分かった (1・2・3・4・5)

② 標本調査の特徴について理解できた (1・2・3・4・5)

③ 標本調査の必要性が分かった (1・2・3・4・5)

1 標本調査と全数調査



	① 全数調査と標本調査の違いが分かった	② 標本調査の特徴について理解できた	③ 標本調査の必要性が分かった
■ 不十分	0	0	0
■ やや不十分	1	2	1
■ 普通	1	8	12
■ やや満足	34	60	52
■ 満足	119	85	90

授業展開 2 無作為抽出と乱数

第2次 無作為抽出と乱数

- 目標
- ・いろいろな無作為抽出の方法について理解する。【知識・理解】
 - ・乱数の意味を理解する。【知識・理解】
 - ・乱数を使って無作為に標本を抽出し、整理することで母集団を推定できる。【技能】
 - ・標本調査についての信頼を高める。【関心・意欲・態度】

題材 バasketボール部のシュート成功数を推定

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	○		○		○		○	○	
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	○			○		○			○
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
○			○	○				○	○
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
○	○	○			○	○			○
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
	○		○	○	○	○		○	
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
○					○	○			
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
○	○	○	○			○		○	○
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
○		○		○			○		
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
		○	○	○	○			○	○
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
	○	○	○		○		○	○	

授業の概要

- 《授業計画》 前時で無作為抽出について、確率による保証を考えさせることができた。しかし、実際に標本調査を行う際、効果的に無作為抽出を行えるようになるにはまだ不十分であると考え、無作為抽出の知識を掘り下げようと考えた。また、標本調査や無作為抽出について、理論的にはわかっているが、実感がなく信用しきれていない生徒も見られたので、簡単な標本調査から母集団の推定を行い、標本調査への信頼を高め、実感できるような授業を計画した。
- 《知の認識》 4つの無作為抽出の方法（①単純無作為抽出、②系統抽出法（等間隔抽出法）、③層化抽出法、④多段階無作為抽出法）について、具体例を基に学んだ。また、無作為性の代表としてくじ引きやサイコロを連想し、そこから乱数さいや乱数表を知った。
- 《知の構造化》 シュート練習結果表（母集団：100）から乱数さいを用いた無作為抽出（標本：10）を行い、得られた割合から母集団を推定した。また、乱数表を用いた無作為抽出（標本：20）を行い、同様に推定を行った。
- 《知の活用》 班ごとに推定を行い、推定した値の平均値をとることで標本調査の精度を実感した。中には全数調査と一致するクラスもあるなど、どのクラスでも全数調査に近い本数となり、標本調査への信頼が高められた。また、標本を10から20に増加させることで精度が上がることも実感した。

学習の様子 (ワークシート・まとめ・自己評価)

標本調査②

無作為抽出と乱数

■■■■から標本をかたよりに取り出す方法

どのように「無作為」にかたよりに取り出せるのだろうか？
 ⇒代表的な無作為抽出は ()

どうして… () によってかたよりに標本を取り出せるのか？
 どの標本が選ばれる確率も等しいから。

無作為抽出のいろいろ

- ① 母集団のすべての個体を抽出する。 (例: 全生徒、全クラス、全学年など)
- ② 母集団をいくつかの層に分け、各層から標本を抽出する。 (例: 学年別、性別別など)
- ③ 母集団をいくつかの層に分け、各層から標本を抽出する。 (例: 学年別、性別別など)

■■■■から8までの10個の数字を、全く不規則に、しかもどの数字も同じ $\frac{1}{10}$ の確率で現れるように並べたもの。

《つくり方》⇒乱数さい・コンピューター (ただし、コンピューターなどの場合は疑似乱数)

- ① 乱数さいの使い方の例
 - ・乱数さいの色により、それぞれの目を十の位と、一の位の数を表すことに決める。
 - ・乱数さいを振り、例えば母集団に80個の資料があるとき、60、41、89、83、12、00、41、03、39 となったら、80より大きい数(03)、同じ数は除く。このとき、(60、41、12、03、39)の5個分を標本とする。
- ② 乱数表の使い方の例
 - ・乱数表を見ずに鉛筆で適当にさすなどして出発地点となる数字を決める。
 - ・そこから順に数字をとっていき、乱数さいの時同様、母集団の個数より大きい数、00、同じ数を除き、標本を決定する。

◎まとめ・振り返り

層化抽出法、多段階無作為抽出法も基本的には確率的無作為抽出法をベースにしており偉大さを感じた。

乱数さい・乱数表を用いて、標本調査をしてみよう!

下の表は、ある中学校のバスケットボール部の練習結果です。シュート成功数を調べなさい。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

① 乱数さいを使って調べよう! (標本の大きさ: 10)
 11 39 56 58 69 90 83 89 96 92
 × 0 0 × 0 0 0 × 0 0

② 乱数表 (教科書 P.184) を使って調べよう! (標本の大きさ: 20)
 90 58 55 58 27 90 92 28 98 62 88 61 39 20 20
 0 × × × × 0 0 × 0 0 0 0 × × × 0
 85 28 83 87 61
 0 × × × 0 25 = 2 × 53, 9... 10
 50 60 70 65

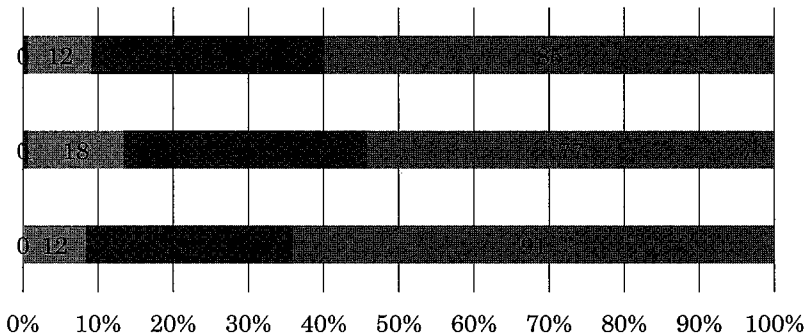
◎まとめ・振り返り
 乱数表を用いた標本調査は必要不可欠です。これは系統抽出法と行ったり、特定の回数調査に利用します。
 ①無作為抽出について理解できた。(1・2・3・4・5)
 ②無作為抽出による標本調査の信頼性が高まった。(1・2・3・4・5)
 ③乱数を使った無作為抽出と母集団の推定ができた。(1・2・3・4・5)

◎まとめ・振り返り

乱数表を用いた標本調査は必要不可欠です。これは系統抽出法と行ったり、特定の回数調査に利用します。

② 無作為抽出と乱数

- ③ 標本調査の必要性が分かった
- ② 標本調査の違いについて理解できた
- ① 全数調査と標本調査の違いが分かった



	①全数調査と標本調査の違いが分かった	②標本調査の違いについて理解できた	③標本調査の必要性が分かった
■ 不十分	0	0	0
■ やや不十分	0	1	1
■ 普通	12	18	12
■ やや満足	39	46	44
■ 満足	91	77	85

授業展開 3 標本調査の活用と検証

第3次 標本調査の活用と検証

- 目 標
- ・標本調査の考え方を活用して、母集団についての推定ができる【技能】
 - ・PPDAC サイクルについて理解する。【知識・理解】
 - ・PPDAC サイクルを用いて、調査の問題点を検証することができる。【見方・考え方】

題 材 PPDAC サイクル（補助資料①参照）と①～③の課題

【①捕獲再捕獲法】ある湖では外来種による被害が問題となり、外来種がどれくらい生息しているのかを調べることにしました。そこで、外来種を 100 匹捕まえて、背びれにタグなどの標識をつけました。その標識をもつ個体を湖に放し、湖のほかの魚たちの中によく混ざったあと、再び 100 を捕まえました。すると標識をもつ個体が 10 匹含まれていました。これにより、全個体数を約 1000 匹と予測しました。また、3 か月後に同じ実験を行ったところ、100 匹中標識をもつ個体が 8 匹で、全個体数は約 1250 匹と予想され、増加していることがわかりました。

【②水産庁調査】「魚を食べれば寿命が延びる」という話を今までに耳にしたことがあると思います。そこで、水産庁は魚と寿命の関連を調査しました。水産庁は、国民 1 人あたりの 1 年間の食用魚介類の供給量を横軸に、平均寿命を縦軸とするグラフ（図 1・散布図）を作成しました。そして、だいたい真ん中を通る線を引くと、なだらかな右上がりの曲線になることがわかりました。この調査から、水産庁は「魚介類供給量が多い国ほど平均寿命が長い傾向が見られます。我が国が世界一の長寿国となっているのも、魚食が大きな影響を与えているといってもよいでしょう。」と結論を出しました。

【③デューク大学調査】アメリカ・デューク大学の研究チームは 792 名の米企業の経営者を対象に、声の高さと収入の関係を研究した。研究チームは各経営者の経営者の声の周波数と収入、また経営している会社の規模を調査。対象者の平均年齢は 56 歳。声の周波数の中央値は 125.5Hz で成人男性の平均的な声の高さとほぼ同じである。調査の結果、低い声の経営者は高い声の経営者よりも収入が平均して 18 万 7000 ドル（約 2000 万円）高く、経営する会社の資産も 4 億 4000 万ドル（約 475 億円）多いということが判明

授業の概要

- 《設定の理由》 生徒に標本調査をさせる、統計的な問題解決のモデルとして PPDAC サイクルを学ぶ授業を計画した。PPDAC サイクルについて、例に挙げながら各段階を具体的に確認させることで、理解と定着が図れると考えた。また各段階を整理することでそれぞれの調査の問題点を発見させ、批判的思考（クリティカルシンキング）の育成および調査時に注意すべき点を考えさせようと授業を計画した。
- 《知の認識》 問題解決のモデルの 1 つとして PPDAC サイクルを知った。
- 《知の構造化》 実際の調査や研究から、P・P・D・A・C それぞれの段階を考えた。提示している資料が少なかったため、D（データ）に何をかくべきかわかっていない生徒も見られた。
- 《知の活用》 各段階に分類させたことで、結論ありきによる理論の飛躍や、対象の選び方、代表値の取り方についての問題点を発見することができた。多くの生徒が「結論を鵜呑みにするのではなく、きちんと確認しなくてはいけない。」という批判的思考に至った。

学習の様子 (ワークシート・まとめ・自己評価)

PPDACサイクル... 統計的なデータを使って

① 問題 (Problem) 魚の食べ過ぎと寿命の関係

② 計画 (Plan) 国民一人あたりの1年間の食用魚介類の供給量を横軸に、平均寿命を縦軸とするグラフ(図1:散布図)を作成しました。そして、だいたい真ん中を通る線を描くと、なかなか右上がりな曲線になることがわかりました。

③ データ (Data) 図1: WHO

④ 分析 (Analysis) 777個の点の真ん中を通る曲線

⑤ 結論 (Conclusions) 食用魚介類供給量が多い程、平均寿命は延びている。つまり、魚を食べれば寿命が延びると考えられる。

この調査について、気付いたことを挙げてみよう。

- 平均寿命が高い国→先進国(ヨーロッパ(歴史的に)-日本)
- 曲線は真ん中を通っているわけではない。
- 供給量が多い国の平均寿命は低い。

PPDACサイクルについて理解できた

① PPDACサイクルについて理解できた

② 検証することができた

■ 不十分	2	2
■ やや不十分	1	5
■ 普通	13	38
■ やや満足	44	64
■ 満足	93	44

③ 標本調査の活用と検証

① PPDACサイクルについて理解できた

② 検証することができた

③ PPDACサイクルについて理解できた

④ 検証することができた

⑤ PPDACサイクルについて理解できた

⑥ 検証することができた

① 問題 (Problem) 魚を食べれば寿命が延びる」という話を今までに耳にしたことがあると思います。そこで、水産庁は魚と寿命の関連を調査しました。

② 計画 (Plan) 国民一人あたりの1年間の食用魚介類の供給量を横軸に、平均寿命を縦軸とするグラフ(図1:散布図)を作成しました。そして、だいたい真ん中を通る線を描くと、なかなか右上がりな曲線になることがわかりました。

③ データ (Data) 図1: WHO

④ 分析 (Analysis) 777個の点の真ん中を通る曲線

⑤ 結論 (Conclusions) 食用魚介類供給量が多い程、平均寿命は延びている。つまり、魚を食べれば寿命が延びると考えられる。

この調査について、気付いたことを挙げてみよう。

- 平均寿命が高い国→先進国(ヨーロッパ(歴史的に)-日本)
- 曲線は真ん中を通っているわけではない。
- 供給量が多い国の平均寿命は低い。

PPDACサイクルを用いて標本調査を検証してみよう!

① 問題 (Problem) 声の低い経営者は高収入で会社規模も大きいのか?

② 計画 (Plan) 2人の米企業経営者の同僚数と収入、会社の規模を調査(対象年齢は55歳)

③ データ (Data) 同僚数の中央値は125.5人、60歳以上の平均は100人

④ 分析 (Analysis) 収入が平均して18万7000ドル高く、会社規模も平均4000ドル

⑤ 結論 (Conclusions) 声の低い経営者は高収入で会社規模も大きい

この調査を検証してみよう!

① 問題 (Problem) 声の低い経営者は高収入で会社規模も大きいのか?

② 計画 (Plan) 2人の米企業経営者の同僚数と収入、会社の規模を調査(対象年齢は55歳)

③ データ (Data) 同僚数の中央値は125.5人、60歳以上の平均は100人

④ 分析 (Analysis) 収入が平均して18万7000ドル高く、会社規模も平均4000ドル

⑤ 結論 (Conclusions) 声の低い経営者は高収入で会社規模も大きい

③ 標本調査の活用と検証

① PPDACサイクルについて理解できた

② 検証することができた

③ PPDACサイクルについて理解できた

④ 検証することができた

⑤ PPDACサイクルについて理解できた

⑥ 検証することができた

③ 標本調査の活用と検証

① PPDACサイクルについて理解できた

② 検証することができた

	① PPDACサイクルについて理解できた	② 検証することができた
■ 不十分	2	2
■ やや不十分	1	5
■ 普通	13	38
■ やや満足	44	64
■ 満足	93	44

授業展開 4 標本調査をしてみよう

第4次 標本調査をしてみよう

(①標本調査を計画しよう ②標本調査を考察しよう ③2周目のサイクルに取り組もう)

目 標 ・標本調査の考え方を活用して、母集団についての推定ができる【技能】

・PPDAC サイクルについて理解する。【知識・理解】

・PPDAC サイクルを用いて、調査の問題点を検証することができる。【見方・考え方】

題 材 標本調査「部活動時間の拡大について」

授業の概要

《授業計画1》 生徒たちに標本調査を実施させる段階である。当然だが、ここでは「どのような課題設定をするか」、つまり、PPDAC サイクルにおける「Problem・問題の明確化」が重要なポイントの1つになる。先行しているクラスの失敗から、改めてその重要性が認識させられた。

先行クラスにて「生徒の興味のある問題で標本調査を実施しよう」と考え、生徒の意見をもとに行うことにした。なかなかいい候補が上がらず、最終的に「生徒が履いている靴のメーカーを調べよう」ということになった。Plan (調査の計画)、Data (データ)、Analysis (分析) はスムーズに進んだのだが、最終的な Conclusion (結論) で行き詰まってしまった。調査の目的が明確化されていないことから、達成の度合いが把握できず結論が導けなかったのだ。生徒ともども、課題設定の重要性に気づかされることとなった。またこのことから、単に「母集団の推定」を行う標本調査ではなく「身近な問題を解決する」ための標本調査を行うことで、生徒を問題解決に向けて積極的に取り組ませることが可能になり、標本調査を用いた問題解決能力の育成にもつながると考えた。

以上を踏まえ、何か学校内の問題を解決できないかと考えた結果、生徒の関心も高いと思われる「部活動時間の拡大」(本校の生徒会選挙では毎回公約に上がる。)を Problem (問題) として扱うことにした。調査の目的を、「生徒会が実施する全校アンケートを標本調査で分析し、今後の議論に役立ててもらおう」と設定し、PPDAC サイクルに乗っ取って具体的な計画・データの収集・分析を経て結論を導く授業を計画した。

そもそも、1回の調査で納得の結論が得られるとは限らない。その場合、どのようにすればよいのか。2周目の調査サイクルを行うことで、より納得のいく結論に近づくことができるのではないだろうか。そこで、1周目の調査から新たなアイデアや問題点を見つけることで2周目を行う必要があることを実感させ、PPDAC のサイクル性についても考えられる展開にしたいと考えた。そして、2周目の計画についてはクラス内でプレゼンテーションを行わせ、最も優秀な計画について実際に実施することで各クラスの結論を出すこととした。

《授業計画2》 本領域において、学習指導要領上でもコンピュータの積極的な利用が言及されている。そこで標本調査の実施にあたってはコンピュータ、とりわけ iPad の活用を取り入れた展開を計画した。本校は全クラスに電子黒板の設置と Wi-Fi 環境の整備がされており、iPad 上のデータを瞬時にクラスで共有することが可能である。そこで、班ごとの分析や計画を iPad で編集し、プレゼンテーションさせることで言語活動も自然と取り入れられると考えた。教科書を参考に、無作為抽出の際の乱数に iPad を用いる班も出てくるだろうと予想された。

①標本調査を計画しよう

《知の認識》 標本調査の目的と「部活動時間の拡大について」がProblemであることを知る。

《知の構造化》 1周目のPlanを作成するために考えておくべき点を整理した。「標本調査を行うには何を決めておかななくてはならないか」という問いに対して「標本の数」・「標本の抽出方法」・「データのまとめ方」・「予想」の4点を導いた。

《知の活用》 上記の4点について「標本の数」は、全校生徒480人に対して60～240人まで出ましたが、どのクラスも「標本の抽出」と合わせて考えることで120人に落ち着いた。「標本の抽出方法」としては層化抽出法の意見が圧倒的多数であり、各学年40人ずつの標本を抽出すること決まった。

ここで、なぜ標本が120人に落ち着いたのか、考察してみたい。「標本の抽出」が層化抽出法だということが1つの要因であると考えられる。ではなぜ180や90ではなかったのか。それは「生徒たちの実感」からである。授業2で無作為抽出から母集団の推定を行った。その際、はじめは標本の大きさを母集団の10分の1のサイズで行い、次にそのサイズを5分の1で行った。このとき、生徒は母集団に対して5分の1のサイズであっても思った以上に信頼できると感じていた。そこで、それよりも少し精度を上げた4分の1である、各学年40人・全校120人で調査をしようと考えたのである。もちろん3分の1、2分の1に上げることも可能であったが「標本調査」の「全数調査に比べて手間が省ける」という長所が失われることになり、採用されることはなかった。

次に、「データのまとめ方」として円グラフを選択した。円グラフは賛成・反対・どちらでもない、の割合を一目で判断できるという利点が評価された結果である。

最後は「予想」である。これはほぼ「賛成が多数派である」という意見で一致した。

以上の通り、120人・層化抽出法・円グラフでまとめる計画で、次回までにデータをまとめておくこととなった。

②標本調査を考察しよう

《知の認識》 班それぞれのデータを表・グラフで表した。

《知の構造化》 調査の結論を導く段階である。「賛成が多い」「反対が多い」など、単なる統計結果だけでなく、「部活動時間の拡大について」の結論を考えた。「思っていたよりも賛成が少なかった」、「賛成が過半数を超えているので拡大しても良いのでは」、「賛成が過半数ギリギリなので慎重に検討すべきだ」など様々な意見が上がった。クラスとしての結論を決めることができず、「2周目の調査サイクルが必要である」という結論になった。

《知の活用》 2周目のサイクルのProblemとPlanを班ごとに計画的に立てることとなった。1周目のサイクルを踏まえ、質問内容や調査対象についても改めて考え直すこととなった。PowerPointを用いたプレゼンテーションの準備も同時に行った。

③2周目のサイクルに取り組もう

各班によるサイクル2周目のProblemとPlanのプレゼンテーション大会を行った。プレゼンテーションは各班2分を持ち時間として発表し、その後他の班からの質疑に答える形式とした。「どちらでもない」の意見に注目した計画、「部活動ごとの意見の差」を明らかにする計画、「拡大・延長時間」に対する意識調査の計画などが多く見られた。発表後は班単位による投票の上、そのクラスの2周目の調査を決定したが、「アンケートの質問内容の充実」と「まとめ方やグラフの工夫」が見られる計画ほど他の班から選ばれる傾向が高いということがわかった。

学習の様子 (ワークシート・まとめ・自己評価)

① 標本調査を計画しよう

標本調査④
 標本調査をしてみよう！～標本調査を計画しよう～

PPDACサイクル

P (Problem: 問題)

P (Plan: 計画)

D (Data: データ)

A (Analysis: 分析)

C (Conclusions: 結果)

<課題> PPDACサイクルを用いて、標本調査をしてみよう！

◎本時の取り組み 標本調査をしてみよう！～標本調査を計画しよう～
 PPDACを頭に入れながら、P (Problem: 問題) と P (Plan: 計画) を考えよう！

Step1 P (Problem: 問題=課題) を決定しよう！・・・クラス共通
 ⇒調べてみたい事柄を出し合って決めよう！

117時間延長(朝練や風練)による賛成か反対か。

↓

(B)組の調査する内容 ⇒ 117の時間について

Step2 P (Plan: 計画) を決定しよう！・・・各組で検討
 ⇒データ収集の方法・分析の方法 (どんなグラフにするのか？平均値？中央値？)
 できるだけ具体的に考えておこう！！

○データ収集の方法
 117年生に調査

○分析の方法
 117 標本調査

① 標本の数。
 ② 標本の取り出し方。
 ③ どちらかを選ぶP。
 ④ どちらかを選ぶP。(どちらかを選ぶP。)

① 60人
 ② 各学年 20人ずつ
 ③ 集める
 ④ 1177 or 権威的抽出法

階層抽出法
 <1177 標本について>
 ① 20人
 ② 各学年 40人ずつ
 ③ 集める
 ④ 1177 or 権威的抽出法

→層化抽出法

② 標本調査を考察しよう

標本調査⑤
 標本調査をしてみよう！～標本調査を考察しよう～

PPDACサイクル

P (Problem: 問題)

P (Plan: 計画)

D (Data: データ)

A (Analysis: 分析)

C (Conclusions: 結果)

◎本時の取り組み ①母集団を推定しよう！ ②PPDACサイクルにより深めよう！

①母集団を推定しよう！

Step1 D (Data: データ) をまとめ、A (Analysis: 分析) に取り組もう！
 ⇒excelを利用してまとめ、グラフを作成する。

D (Data: データ) 記入欄 (標本の番号と結果など)

	①	②	③	④
1年	62%	13%	20%	5%
2年	57%	36%	10%	3%
3年	37%	18%	45%	0%
全体	52%	20%	25%	3%

↓

Step2 C (Conclusions: 結果) を導こう！
 1年生と2年生は、部活時間を延長したいと考えている人が過半数を占めていて、どちらでもなく意見をほのめたりしているということもわかる。3年生は賛成か反対かより少ないもの、どちらでもなくという回答が一番多く意見をほのめたりしている人が少ない。3年生が上がるにつれて賛成が少なくなりどちらでもなくが増えることから3年生の意見が低下している。全体の結論として過半数の人が部活時間を延長したいと考えていることがわかる。

Step3 2周目のサイクルを検討しよう！

1周目のサイクルの結果から、新たに見えてきた課題やアイデアをもとに、2周目のPr (Problem: 問題=課題)、Pl (Plan: 計画) を検討する。

Pr
 ① 運動部、文化部に分ける ⇒ 部活ごとの意見をきける
 ② 「どちらでもなく」と回答した人が4分の1もいるので、意見がゆがちな117.どちらでもなく1人の意見を知ろう
 ⇒「どちらかといえば賛成」「どちらかといえば反対」などもう少しゆがんだ質問の項目をつくり、くわしい生徒の意見を知ろう。
 ③ 無解答をなくす。

Pl
 ① データ収集: 生徒にアンケートをとる
 ② 標本の数: 120
 ③ 取り出し方: 部活に合わせて層化抽出法
 ④ アンケート: どちらでもなく ⇒ 理由をえらべる項目をつける
 「どちらかという」との項目をつける
 ⑤ 表し方: 円グラフで部活ごとに分けて、全体と共に表す。

↓

2周目のPr (Problem: 問題=課題) (部活ごとの意見とどちらでもなく1人の意見)を知る。

2周目のPl (Plan: 計画)

① データ収集: 生徒にアンケートをとる
 ② 標本の数: 120
 ③ 取り出し方: 運動部、文化部に分けて層化抽出法
 ④ アンケート: ①「どちらかという」と賛成、「どちらかという」と反対の項目をつける
 ⑤ 表し方: 円グラフで、部活ごとと全体のグラフで表す。

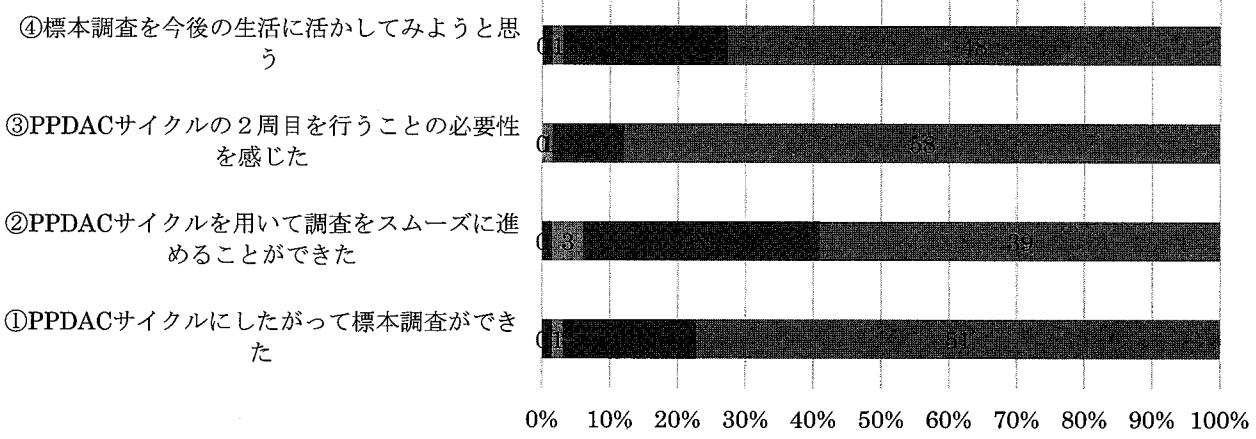
《実際に標本調査をしてみても・まとめ》
 最初の標本調査は左の標本を調べるわけではなし、傾きの
 出やすいと思ったので、全数調査に近い結果が出ると思っ
 ていたが、実際には標本調査をして思いもよらぬ全数調査に
 近い結果が出たので驚いた。標本調査は、正確な結果ではな
 くおおよその結果を知りたい時、調査の午間の省けて早く結果が得ら
 れることも有効な手段だと思ふ。目的の目的に於いて調査の午間を省ける
 ことで全数調査に近い結果を得ることができた。
 PPDACサイクルにしたがって標本調査ができた。(1・2・3・4・5)

《実際に標本調査をしてみても・まとめ》
 標本調査をして細かい数値は違ふけれど、おおよその
 傾向を捉えることができていたと思う。
 ただ、捉えることができたから自信もあつたので、これは標本
 調査の危険性だと思ふ。これは、全数調査を調べる選挙の予
 想などもそういうところにも見えてくるように思ふ。

《実際に標本調査をしてみても・まとめ》
 一回の標本調査で決めたデータの結論を断定的なのは、困難だ
 と思ふ。ただ、(このデータについて、質問や抽出の方法を変えて
 調査を繰り返せば、より誤差も減るであろうことを実感しやす
 くなる。また、用-らうデータも特徴をとらえて、うまく活用す
 ることで、見聞の入りかえを促すことも思ふ。

《実際に標本調査をしてみても・まとめ》
 標本調査によれば多少はあるが、実際より少ない人数から全体の賛成、反対、どちら
 でもいいという意見の割合の差を知ることができた。
 今回の標本調査では、結果を読み取り、学年ごとの意識の差を知ることができると、標本
 調査によりいろいろな新しい発見を得ることができたのは良かったと思う。
 全数調べなくても、いくつかの標本から全体の割合などを導き出すことができることはとても興味
 深くすごいことだと感じた。日常生活などは、あまり活用できる機会はないかもしれない
 けれど、もし機会があれば、いろいろな抽出方法など今回学んだ方法を用いて調べられるようにし
 てほしい。また今回(1回目の調査だけ)はわからなかった部分も質問を増やしたり、
 記述スペースなども増やしたり、様々な工夫をこらさることによってより新たな発見ができてきて、さらに
 詳しく全体の意見を知ることができるようになることではないかと思ふ。

4 標本調査をしてみよう！



	① PPDACサイクルにしたがって標本調査ができた	② PPDACサイクルを用いて調査をスムーズに進めることができた	③ PPDACサイクルの2周目を行うことの必要性を感じた	④ 標本調査を今後の生活に活かしてみようと思う
■ 不十分	0	0	0	0
■ やや不十分	1	1	0	1
■ 普通	1	3	1	1
■ やや満足	13	23	7	16
■ 満足	51	39	58	48

3. 実践実例2 「なぜ方程式を学ぶのか? ～方程式のよさについて分析してみよう～」(2年)

(1) 授業設定の趣旨

授業者の問題意識～「数学のよさ」を実感させるのは難しい

現行学習指導要領には、「数学のよさ」を実感させることが、教科の目標の中に示されている。これは、「これまで以上に情意的な側面を大切にし、数学を学ぶことへの意欲を高めるとともに、数学的活動に主体的に取り組むことができるようにし、数学を学ぶ過程を大切にすると趣旨によるもの」(学習指導要領解説数学編)であるという。

と言われても、この「よさを実感」することは一授業の中で子供たちに実感させることは一そう簡単ではない。『数量の関係を方程式で表すことができれば、形式的に変形して解を求めることができる』といった数学的な表現や処理のよさ」「数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則のよさ」「数学的な見方や考え方のよさ」(学習指導要領解説数学編)と言葉で説明したところで、「先生これ覚えるの?テストに出るの?」と返されるのが関の山である。

一方、普段の数学の授業の中で、(数学することを通して)「よさ」を実感するという理屈(それが本筋だと思うが)についても、「なんとなく課題をこなしていたのでは、本当の『よさ』を感じることは難しい。」というのが、私たちが経験から得た“じっかん”である。意識的主体的に、「よさ」を探そうとしないと、印象だけ、または他人の言葉をうのみにするだけにとどまり、その後の活用につながる本物の実感とはならないのではないだろうか。例えば、今回取り上げる方程式について言えば、ステレオタイプ化された「よさ」を口にできても、目の前に現れた現実課題に方程式を思い出すことにならない生徒が多くいるのである。

そこで、今回の授業では方程式を使うことの「よさ」を、問題の解法を振り返ることを通して生徒が主体的に見出そうとする授業を提案したいと考えた理由である。

授業設計の視点

授業を計画するにあたって、以下のことを大切にしたいと考えている。

■『よさ』を見つけることは『弱点』を分析すること

何事もよい面ばかりを有していることはない。長所があれば短所が必ずある。むしろ、場面よって長所であったことが、短所になることが多いものである。要するに、「よさ」と「弱点」は裏と表の関係にあるといえる。したがって、「よさ」を見出すことは、同時にその弱点を見出すことでもある。またその際どんな場合場面においてそれが「よさ」であり、「弱点」であるのかを冷静にとらえる(または整理する)ことが必要となる。

そのため、本授業では方程式の解法について冷静にその優位性(利便性や効率性など)だけでなく、逆に「めんどくさい」ところや煩雑なところ、(方程式を)使うことで陥る誤解や間違いなどについても探りながら整理させたい。

■比較対象として「算数的な解法」を考える

「よさ」や「弱点」は相対的なものである。〇〇に比べて「よい」(または弱い)のである。だから、できるだけ明確に「よさ」(または弱点)をとらえるためには、他と比較することが必要となる。

今回は、方程式を使うことの「よさ」を見出すために、その比較対象として(それを使わない解法)「算数的な解法」を設定し考察させる。

■「わかっている」とは、具体例を示し説明できること。

もともと生徒のレベルで、本当に理解しているかどうかを判断することは難しいものだ。その上、今回の対象は「よさ」という価値であるため、普段以上にそのことが理解できているのか測りにくい

と考えられる。

そもそもわかるとはどういうことか？我々は正確な答えをもちろん持ち合わせていないが普段の経験から、その事柄（たとえば法則）について具体例を交えて説明できれば、一応「理解している」と判断できるのではないかと考えている。どこかに書いてあることを記憶して再生していても、どうも「(本当にわかっているか) 怪しい」。定理を正確に言え、練習した解法を再現できたとしても、実はよくわかっていないと思われる生徒によく出会うものである。でも、定理や法則の文言とともに、独自の例を示していれば、その中身がよくわかっていると感じるし、実際そういう生徒は学んだ法則を全く別の問題解決に活用しているのは紛れもない事実である。

そこで、本授業ではそれぞれの「よさ」について検討して得た知見をもとに、そのよさが活用されやすい具体例（問題）を作成し、説明しあう課題を設定している。方程式が有利な問題と算数的な開放が有利な問題を作り、その解法を解説しながら、その理由を導いてきた「よさ」に照らし合わせて検証しようというわけである。

単元上の位置づけ

振り返りの授業であるため、単元の最後に行う課題学習という意味合いが強いと思う。方程式の内容を学んでいる最中にはなかなか意識できないことを、一步高いところから、(自らの学習過程を) 見つめおす活動であるため、一定以上の内容理解（技能や考え方の習得）を経てから行わなければ効果が薄いと考えている。

毎回の授業ごとの振り返りも行っているわけであるが、あえて時間を設けそのことだけを目標とする授業を行うことで、「日々の学び」を構造化し「より高次の学び」へ昇華できるのではないかと考えている。

(2) ねらい

算数的な(方程式を用いない)解法と方程式を用いる解法を比較し、そのよさや弱点について意識的に分析し、それを言葉で表現することができる。

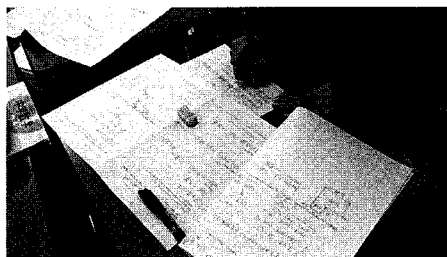
(3) 授業の実際 (全2時間)

1時間目 3つの課題を2つの方法(方程式を使った方法、方程式を使わない算数的な方法)で解く(準備段階)

生徒は、小学校以来久しぶりの算数的解法に戸惑いをみせながらも、あらかじめ用意された3つの課題について解きはじめる。「方程式のよさについて分析してみよう」の下準備の時間となる。2時間目を有意義なものとするためにも、班や全体での意見交流もふまえ、じっくり考え、2つの解法をしっかりと理解させたい。

2時間目 「方程式のよさについて分析してみよう！」

さて本題の「よさについて分析」する時間となる。導入部分で生徒から、問題意識を引き出し、授業の目的や行う理由をしっかりと理解させる。また、学習活動の流れや方法について、その必然性と内容をじっくり確認していく。その上で、解答の確認をし、その両方の解き方の「よさ」と「弱点」を考えていく時間となる。展開例を以下に示す。



学習過程	学習活動および内容	指導上の留意点	評価の観点
導入	授業の趣旨について ・何をする授業か(目的) ・なぜ方程式の「よさ」を考える授業を行うのか(理由) ・どのように授業を進めていくのか(方法)	・生徒とのやり取りしながら進める。 ・生徒から、問題意識を引き出し、授業の目的や行う理由を理解させる。 ・学習活動の流れや方法について、その必然性と内容をじっくり確認していく。	課題の趣旨を理解し、積極的に課題に取り組もうとしているか(数学的な関心・意欲・態度)
展開1	課題1：全校生徒の3/5が下校して、1時間後には、残りの3/4より12人多い子が帰りました。まだ18人が残っています。全校生徒は何人ですか。 課題2：1冊150円と1冊100円のノートを合わせて12冊買って、1550円になりました。それぞれ、何冊ずつ買ったのでしょうか。 課題3：ある川を、船をこいで進んでいます。上流へ向かって30km進むのに、5時間かかりました。同じ場所で、下るのに		
	○取り組んできた課題の解法の確認と交流。 ・算数的な方法 ・方程式を使う方法	・全体で解法の交流がスムーズにできるように、電子黒板を利用し、生徒に説明させる。	具体的な事象の中の数量の関係を連立方程式に表し、それを解いて問題を解決することができるか(数学的な技能)
展開2	①と②の方法について、そのよさと弱点について考える。 個人でワークシートに記入 ↓ グループで意見交流 ↓ グループで意見をまとめる	・まず、思いつくままの表現で記入するよう指示する。 ・できるだけ多くの視点から意見が出せるように考えさせる。 ・ただ羅列するのではなく、議論しながらまとめていくよう指示する。 ・班ごとにホワイトボードにまとめさせる。	算数的な解法と方程式を用いる解法を比較し、そのよさや弱点について意識的に考え、数学的に考えることのよさを見出すことができる(数学的な見方・考え方)
まとめ	全体交流 ・各班の意見を比較検討する それぞれの「よさ」と「弱点」について全体で整理する	・ホワイトボードの記述を参照しながら、共通点や相違点を抽出させる。 ・共通部分を拾いながら、「よさ」「弱点」を簡潔な表現にまとめていく。	

生徒のワークシートより↓

①と②の方法について、そのよさと弱点について考える。

個人でワークシートに記入

↓

グループで意見交流

↓

グループで意見をまとめる

全体交流

・各班の意見を比較検討する

それぞれの「よさ」と「弱点」について全体で整理する

①と②の方法について、そのよさと弱点について考える。

個人でワークシートに記入

↓

グループで意見交流

↓

グループで意見をまとめる

全体交流

・各班の意見を比較検討する

それぞれの「よさ」と「弱点」について全体で整理する

①と②の方法について、そのよさと弱点について考える。

個人でワークシートに記入

↓

グループで意見交流

↓

グループで意見をまとめる

全体交流

・各班の意見を比較検討する

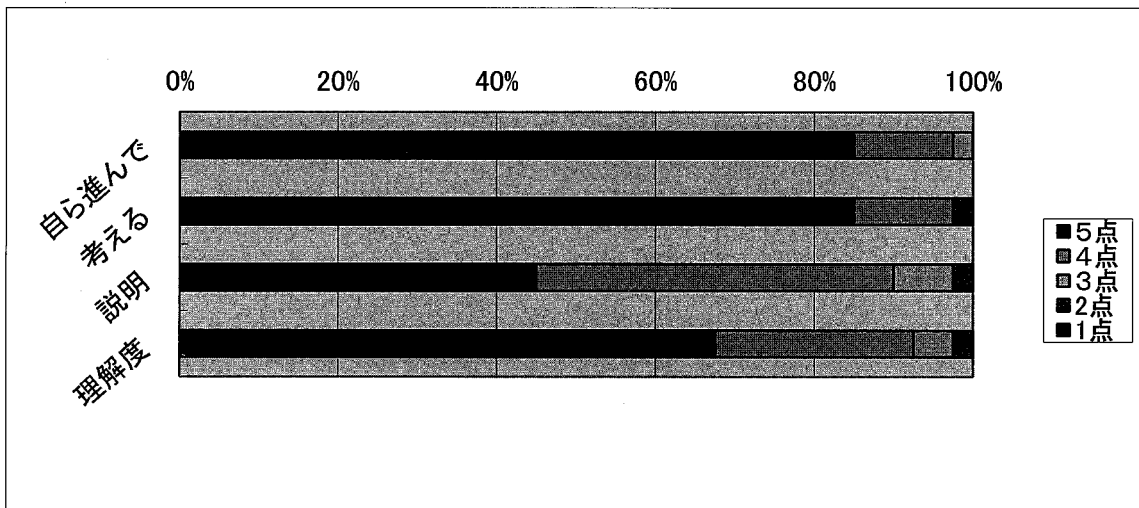
それぞれの「よさ」と「弱点」について全体で整理する

(4) 生徒の主な感想

発見したこと・分かったこと (生徒のワークシートより一部抜粋)
方程式でやるときと、算数的な方法を比べることで、よさと弱点がハッキリ分かった。
方程式はあらゆる問題に対応できるけど、計算ミスも起きやすい。算数的な方法は速く出来て計算ミスは比較的少なくてすみ、分かり易いが、やり方が分からないと手も足も出ない。
方程式を学んだうえで、算数的な考えと比較し、考えると、それぞれの長所・短所が見えてきた。新たな発見がありました。
算数的な方法は、間によって、表やグラフや図で考えたりとやり方が違ってくるが、方程式を使うと、 x など文字において計算することができるから、何を求めたらよいのかがすぐに分かりやすい。
それぞれ別の良さがあることが分かった。

<自己評価> (5点満点)

- ・今回の課題に自ら進んで取り組みましたか。
- ・しっかりと考えることができましたか。
- ・自らの考えを根拠をもって説明できましたか。
- ・今回の課題のあなたの理解度は？



数字はあまり得意ではありませんが、 x なども分析、存在をみることも
しるようになって思いました。方程式は、 x を置くことができれば、解け
るものなので便利だと思います。この便利さも、この換算があったか
ら知ることができました。比較することは重要であると思います。

それぞれの問題において、解きやすい方法は違うから、状況において
どちらの方法で解くと、正確にできるか判断できるようになろうと思った。
今まで習ってきたことが、今となってはかき立てるので、忘れず覚えておきたい。

算数的な方法の方が、方程式より速く解けるし分かりやすいけど、対応
できない場合に解けなくなってしまうので、その時の方程式はど
れか分かるなと思った。また方程式の方が計算が複雑なことが多いけど、
練習おこつてより少ない時間でミス減らせるような便利さ存在する
から、方程式も入るべきなのではないかなと思った。

4. 実践事例3 「展開図をかいてみよう」(3年)

(1) はじめに

算数、数学では身近な立体“立方体”を用いる。中学1年生時の図形の発展範囲で、立体の切り口があるが、そこでは切り口の面の形について考察した。しかし授業の中で展開図をかいたのは円柱、角柱(直方体、立方体を含む)であるが、切り取られた展開図についてはかいていない。何かをつくるということは非常に生徒にとって意欲が高まる。そして今回扱う立体は、切り口の面をしっかりと考え、面と面のつながりや辺と辺の位置関係などに着目して、立体についての理解を再確認できる。

次に切り口の形がわかり長さは4本コンパスによりとることができるが、それだけでは平行四辺形は確定することができず、再び生徒は課題にあたる。次は2年生時に習った“三角形の合同”を用いることにより合同な四角形を作図することができる。このように、1つの課題の中で必要な既習事項を取捨選択し活用することにより、思考力、判断力の育成を図りたい。

(2) 目標

平面図形、空間図形の知識を用いて立体の面の形を導き出すことに関心を持ち、意欲的に取り組む。立体の展開図を作図するにあたって、既習事項を用いて説明することができる。

(3) 評価規準表

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方・考え方	数学的な技能	数学的な知識・理解
平面図形、空間図形の知識を活用し、考え表現することに関心を持ち、意欲的に問題解決に取り組もうとしている。	平面図形、空間図形の知識を活用し、立体の面の形を導き出すことができる。また、平行四辺形を三角形の合同や、三角形の作図方法を用いてかくことができることに気付く。	空間図形を見取図、展開図によって適切に表現することができる。	

(4) 指導計画(全2時間)

第1次 立体の切り口について考えよう(1時間) 本時

第2次 立体の展開図をかこう(1時間)

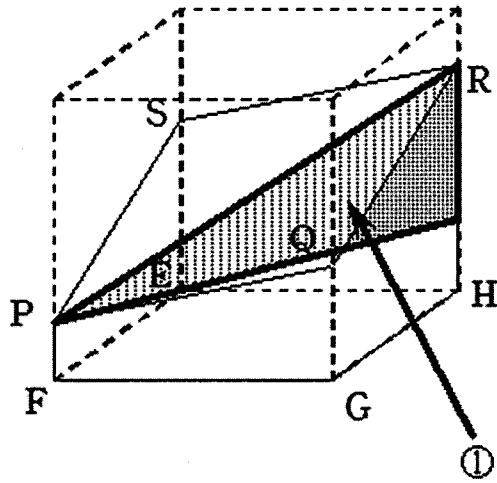
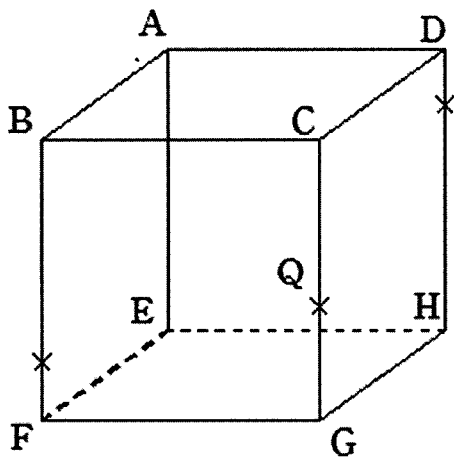
(5) 本時

【目標】

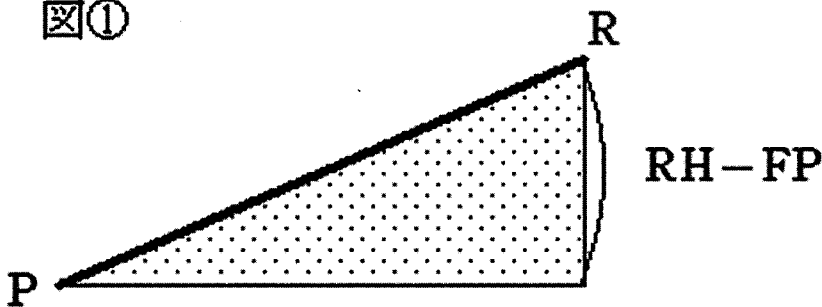
平面図形、空間図形の知識を活用して、立体の面の形を導き出し、その根拠を説明することができる。

【展開】

学習課程	学習活動	指導上の留意点	評価の観点
導入	<p>1. 課題を把握する。</p>		
<p>【課題】 立方体を下の図のように切り取った立体をつくろう。</p> <p>一辺5cmの立方体 PF=1cm, QG=2cm, RH=4cm</p>			
展開1	<p>2. 立体をつくるために必要な事柄を考える。</p> <p>○問答により答える。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・展開図をかく ・それぞれの面の形を知る 	<ul style="list-style-type: none"> ・生徒に問答しながら、本時の課題発見へと誘導していく。 	
展開2	<p>3. 四角形 PQRS について考える。</p> <p style="border: 1px dashed black; padding: 2px;">四角形 PQRS はどんな四角形だろうか？</p> <p>○問答により答える。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・平行四辺形、ひし形、長方形、正方形である可能性に気付く <p>○個人で考える。</p> <p>○班で考える。</p> <p>○発表する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ワークシートを配布する。 ・平行四辺形と長方形、正方形、ひし形との違いを考えさせる。 →角に着目 →対角線に着目 →辺に着目 	<p>進んで課題に取り組みようとしているか</p> <p>【関心・意欲・態度】</p> <p>四角形 PQRS が平行四辺形になることの説明ができてきているか</p> <p>【数学的な見方・考え方】</p>
まとめ	<p>4. 学習を振り返る。</p> <p>○ワークシートにまとめる。</p>		



図①



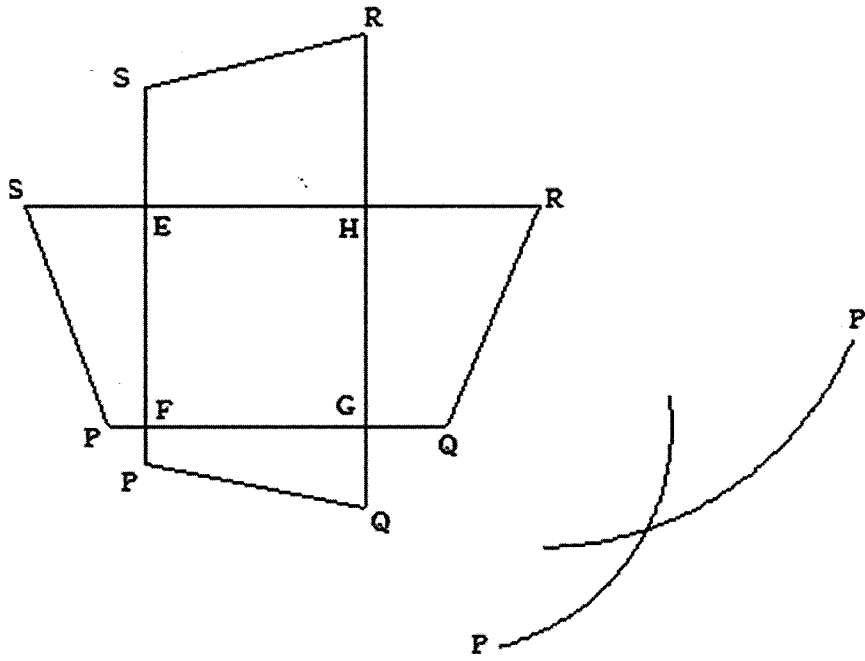
【第2次 立体の展開図をかこう】

第2次の立体の展開図をかこうでは、第1次ですべての面の形がわかったので、実際展開図をかき。四角形 EFGH は正方形、四角形 PFGQ、四角形 QGHR、四角形 RHES、四角形 SEFP は台形でかくことができる。四角形 PQRS は平行四辺形で4辺はそれぞれ台形の1辺なのでとることができる。だが、4辺がわかっただけでは平行四辺形は確定せず三角形にわけなければならないことに気付く。PRの長さがとれば $\triangle PQR$ や、 $\triangle RSP$ は作図できる。PRをとるために $\triangle RTP$ を作図する。(図①)

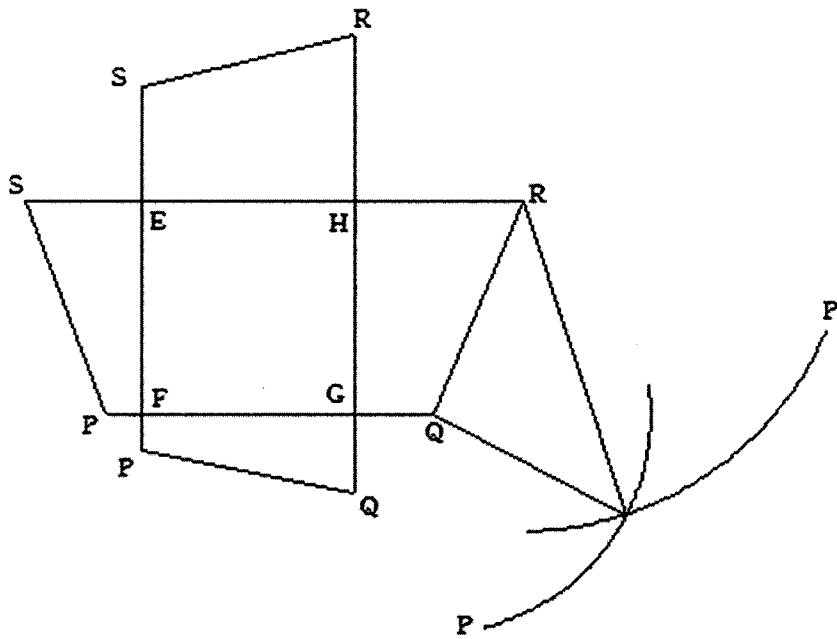
次に図②のRより先程のRPの長さをコンパスでとり、同じくQからPQの長さをコンパスでとる。(図②)

$\triangle RQP$ がとれ(図③)、次はRからRSの長さをコンパスでとり、PからPSの長さをコンパスで取りその交点を結ぶ。(図④)

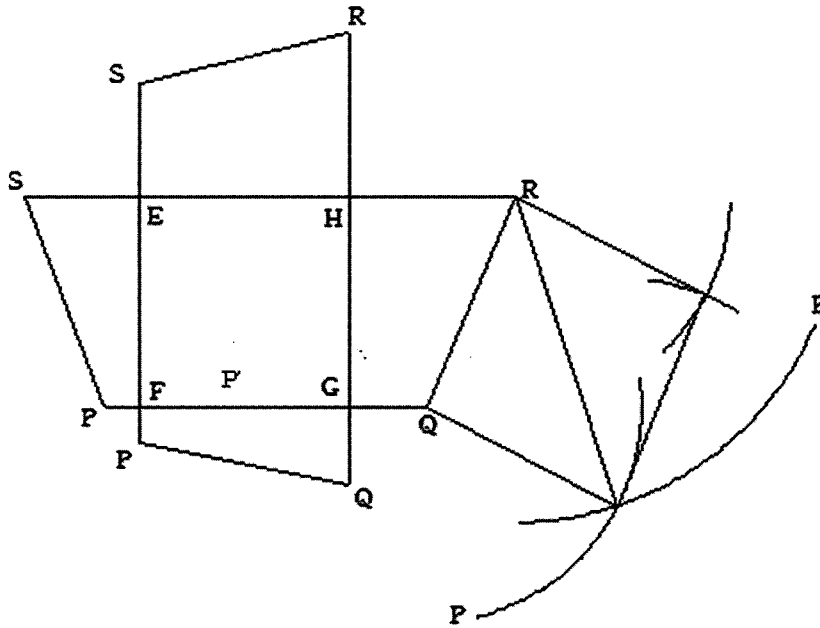
图②



图③



図④



成果と課題

本年度の研究において、中学校数学科として「資料の活用」領域（以下、本領域）の問題解決モデルとして PPDAC サイクルを用いた。PPDAC サイクルとは、問題解決における各段階を Problem (問題), Plan (調査の計画), Data (データ), Analysis (分析), Conclusion (結論) に分割した考え方である。

本研究において PPDAC サイクルを用いる理由は大きく分けて 2 点あった。1 点目は、学習指導要領に「資料の傾向をとらえ説明するという一連の活動を生徒が経験することが必要である。」とあり、ことから本領域の指導に当たって体験的な数学的活動が求められていることは明らかである。数学的活動とは基本的に問題解決型学習であるといえる。PPDAC サイクルにより生徒は問題解決の流れを理解し、活動をスムーズに進めることができ、問題解決能力を高めることができると考えた。また、本領域の特性から、生徒が自分の予測や判断について根拠を明らかにして説明する場面が予想されるが、PPDAC それぞれの段階において考え方や根拠をまとめているので、説明の質を高めることが可能になり、生徒のプレゼンテーション能力を高めることも可能になるのではないかと考えた。

2 点目は、海外の教科書で触れられている点である。日本国内の教科書や指導書では PPDAC サイクルについて触れられているものはほとんど見られない。本領域は今回の改定で新設された領域であり、研究の余地はまだあると言える。そこで、海外で先進的に取り組まれている PPDAC サイクルを取り入れた学習に取り組むことで、今後の研究に生かせるのではないかと考えた。

まず「問題解決の能力を高める」ことに関して、生徒の自己評価からも PPDAC サイクルを用いることでその効果は十分にあると確認できた。明確なモデルに沿って数学的活動を行うことで、スムーズに学習し、身に付けられると感じた。また結果交流のプレゼンテーションでは、ICT 機器を利用しながら、図を用いたり、予想や計画を振り返ったりすることで説得力のあるプレゼンテーションを行うことができていた。本研究の成果の表れであると考えている。

しかしながら、PPDAC サイクルに対する理解はこの短期間だけでは不十分であり、指導方法について研究が必要であると感じた。本領域を学習し始めた時期から導入し、3 年間かけて定着させていくべきであり、中 1 でも PPDAC サイクルを使いながら問題解決に取り組むことができれば、本領域における問題解決能力が一段と高められるのではないかと考えている。また、評価方法についても研究が必要である。適切な時期に、適切な方法で指導し、適切な評価を与える。当たり前ではあるが、それぞれが、いつで、どのような方法で、どのようにすれば良いのか、今後も研究を進めていきたい。